

Matematikai képességek fejlesztése a Geoboard alkalmazással

Szerző: ALBERTUSZ TIBOR KRISTÓF (matematika–fizika osztatlan tanári)

Témavezető: DR. KOVÁCS ZOLTÁN, egyetemi docens, Matematikai és Informatikai Intézet, Matematika Tanszék

(Tanulás- és Tanításmódszertani – Tudástechnológiai Szekció: *Matematika módszertan* szekciótagozat; különdíj)

BEVEZETÉS

Napjainkban annyira felgyorsult a világ a digitális lehetőségek rohamos gyarapodása, fejlődése következtében, hogy hagyományos eszközökkel, módszerekkel egyre nehezebb lekötni a diákok figyelmét egy-egy tanórán. Ennek orvoslására remek megoldást nyújthat a különböző manipulatív tevékenységek és online digitális eszközök bevonása az órába, melyekkel nemcsak azt érhetjük el, hogy feltehetően jobban fog figyelni a gyerek a történésekre, hanem még élvezni is fogja azokat. Ez pedig elősegítheti az adott tantárgy iránti elköteleződést és a motiváció növekedését is.

Dolgozatom témája egy olyan online alkalmazás használata, amely mind a manipulatív tevékenységet, mind a digitális eszköz használatát magába foglalja. Ez az alkalmazás a Geoboard, amely a hagyományos szöges tábla áttelepítése az online térbe. A digitális kompetencia fejlesztésére is alkalmas a Geoboard, ami azért is fontos, mert a Nemzeti alaptantervben a digitális eszközhasználat is nevesítve van. Az alaptanterv kiemeli, hogy a diákok ismerkedjenek meg „olyan matematikai szoftverekkel, amelyek a matematikai tudást és a digitális kompetenciákat együtt fejlesztik”. (Nemzeti alaptanterv, 2020, old.: 330.)

Azt vizsgáltam, hogy ennek az online alkalmazásnak a használata matematikaórán milyen hatással van a tanulók matematikai képességeinek fejlődésére, motivációjára, illetve tanórai aktivitására.

Hatodik és nyolcadik osztályos tanulókkal volt lehetőségem dolgozni a kazári Aba Sámuel Általános Iskolában, ahol az összefüggő tanítási gyakorlatomat végzem, így őket vezettem be a Geoboard világába, hiszen mindkét évfolyamon több órát is tartottam ezen felületet használva.

1. SZAKIRODALMI ÁTTEKINTÉS

1.1. Manipulatív tevékenységek a tanulási folyamatban

„A cselekvő megismerés fejleszti az emlékezetet, a megértést, a konstruktív gondolkodást, a motiváltságot, az egyéni képességeket, a pozitív jellemvonásokat.” (Fodor & Soós, 2007, old.: 76) Ez a rövid idézet is kiemeli, hogy milyen komplex hatást fejt ki a manipulatív tevékenység nemcsak matematikaórán, hanem bármely más tanórán is.

Különböző pszichológiai fejlődéseméletek ismertek, amelyek a manipulatív tevékenységet is érintik. Piaget (1953) szerint a gyermek hétéves koráig észre sem veszi a tevékenység alatt, hogy tanul is közben, hiszen ekkor még a játék van a főszerepben. Hétéves kor után konkrét műveleteket végez, ezek során tapasztalatokat gyűjt, melyekből tanul is, és észre is veszi a tanulási folyamatot. A következő fejlettségi szint Piaget szerint tizenkét éves korban érkezik el egy gyermek életében. Ettől a kortól kezdve már nemcsak észreveszi, hogy tanul, hanem rendszerezni is tudja a tapasztalatokat és az azok közti kapcsolatokat. Piaget elmélete hatással volt Dienes Zoltánra is (1961), akinek a matematikatanulási koncepciójában fontos szerepet kapott a játék és a manipulatív tevékenység.

A manipulatív tevékenység szorosan kapcsolódik az aktív tanulás koncepciójához. Az aktív tanulás fogalmát a szakirodalom többféle módon értelmezi (Anthony, 1996). Az egyik értelmezésben az aktív tanulás olyan tanulási tevékenységekre utal, amelyekben a tanulók önállósággal és kontrollal rendelkeznek. A felfedezés, a problémamegoldás, a kiscsoportos munka, a kooperatív tanulás és a tapasztalati tanulás lehetnek példák az aktív tanulásra ebben az értelemben. A passzív tanulási tevékenységek közé tartozik a tanár magyarázatának meghallgatása, a zárt kérdésekre történő válaszadás, valamint a korábban bemutatott információk begyakorlása és alkalmazása. Az aktív tanulás más értelmezése a tanulási folyamatban való aktív intellektuális részvétel, amelyet intellektuális kíváncsiság és a saját belátás jellemez.

Pólya György az aktív tanulást a tanulás és egyben a tanítás alapelvei közé sorolta. (Pólya, 1968) Eszerint ha a tanuló aktívan kiveszi a részét a tanulási folyamatból, például valamilyen tevékenység által tanul, az hatékonyabb, mintha passzív, befogadó résztvevője a folyamatnak, és csak külső megfigyelőként van jelen. Fontos, hogy a diákoknak legyenek önálló ötleteik, és hogy legyen lehetőségük azt meg is osztani a tanárral, illetve diaktársaikkal. Így kialakul egy párbeszéd az órán, ami szintén elősegíti, hogy hatékonyabb legyen a tanulás.

Pályamunkámban aktív tanulás alatt, az előzőknek megfelelően, olyan tanulási folyamatot értek, amelyet a megismerésre irányuló tevékenységgel összekötött intellektuális és szociális aktivitás jellemez.

A manipulatív tevékenység könnyen beépíthető a tanulási folyamatba. Talán a hétköznapiakban is leginkább használatos formája a manipulatív tevékenységeknek a mérés, hiszen emellett, hogy a matematika tanulásában a geometriai ismeretek alapja,

a mindennapokban is gyakran szükségünk lehet mérésre. Mérés által a számfogalom kialakítását is meg tudjuk alapozni, mivel a mennyiségek ismerete hozzájárul ehhez. A parkettázás és egyéb területméréssel kapcsolatos tevékenységek például a terület fogalmának kialakítását segítik. Ez azt takarja, hogy ha a keresett területet leparkettázzuk olyan lapokkal, melyek területét egységnyinek vesszük, akkor a terület nagysága annyi lesz, ahány lappal le tudtuk parkettázni azt a területet. Ezzel gondolkodásra is készíthetjük a diákokat, hiszen át lehet gondolni, hogy vajon milyen síkidomokkal lehet az adott területet leparkettázni, van-e olyan síkidom, amellyel nem lehet, illetve milyen síkidomot érdemes használni. A területszámítással kapcsolatos tevékenységek párhuzamba állíthatók a térfogatszámítással kapcsolatos tevékenységekkel is, így az összefüggések észrevétele a kettő között segítheti a megértést. Ha különböző testeket több elemből raknak össze a diákok, az a térlátásukat is fejleszti. Így egy tevékenységgel több területen is fejlődést érhetünk el. Ezek mellett a mérési gyakorlatok, tevékenységek a becslési képességét is fejlesztik a gyerekeknek, valamint azt is elősegítik, hogy egy hallott mennyiséget könnyebben el tudjanak képzelni. A mérés során szerzett ismeretek, képességek azonban nemcsak a matematikán belül használhatók, hanem a természettudományok területén is hasznosak. Emellett ha egy diák könnyen tájékozódik a mérőszámok és mennyiségek világában, a hétköznapokban is használható tudáshoz jut.

További fontos formái a manipulációs tevékenységeknek az ábrázolás és a szerkesztés. Szerkesztés során pedig a meglévő ismereteket kell tudni alkalmazni a diákoknak, hiszen ahhoz, hogy például egy négyzetet meg tudjon szerkeszteni, ismernie kell a négyzet tulajdonságait. A sikeres szerkesztés alapja egy vázlat készítése, amelyet ha jól készít el a gyerek, és alaposan tanulmányozza, az megkönnyítheti a szerkesztés menetét. A sikeres munka pedig magabiztosabbá teszi a diákot, így legközelebb nagyobb önbizalommal vág neki egy hasonló feladatnak. (Fodor & Soós, 2007)

A konkrét tapasztalatokon alapuló absztrakció az egyik alapelve volt a Varga Tamás vezetésével kibontakozó ún. komplex matematikatanítási módszernek Magyarországon (Klein, 1980). Varga Tamás így ír erről (1966, old.: 86): „Absztrahálni csak konkrétumokból lehet, s ahhoz, hogy valaki jól tudjon absztrahálni, sokféle konkrétummal kell megismerkednie. [...] a nagyon absztrakthoz nagyon konkrét kiindulással tudjuk a legsikeresebben elvezetni a gyerekeket, úgy, hogy elegendő számú és elég változatos konkrét tapasztalatban részesítjük őket.”

Az Országos Pedagógiai Intézet által 1963-tól végzett komplex matematikatanítás kísérlet egyik alapelvét Cser Andor a következőképpen fogalmazza meg.

„Nem fontossági, inkább időrendi sorrendben első alapként említem azt az elvet, hogy a matematikai ismereteket a valóságban szerzett tapasztalatokra kell építeni. A világnézeti nevelés szempontjából igen fontos annak belátása, hogy a matematika alapfogalmai, axiómái történetileg az empirián alapulnak. Hibát követünk el a tanításban is, ha készen

adjuk a tanulóknak az absztrakt fogalmakat, ha nem járjuk velük végig a tapasztalatoktól az absztrakcióig vezető utat, ha nem tesszük lehetővé, hogy elbizonytalanodás esetén mindig vissza tudjanak találni a biztos kiindulási pontokhoz.” (Cser, 1973, old.: 393.)

Az idézetek is alátámasztják, hogy már 50-60 éve is fontosnak tartották a tevékenységen, tapasztalatokon alapuló matematikaoktatást. Cser Andor cikke említi, hogy nem is sejtendő, hogy milyen módszerek lesznek az oktatásban a XXI. században – akár manapság is íródhatott volna ez az idézet, hiszen még mindig aktuális.

A kísérlet másik alapelve szerint fontos, hogy „adjunk lehetőségeket a tanulóknak arra, hogy maguk szerezzék meg a szükséges tapasztalatokat, és maguk dolgozzák fel őket absztrakciókká”. (Cser, 1973, old.: 394.) Azaz nemcsak maga a tevékenység lényeges, hanem hogy önállóan is képesek legyenek az alapján tapasztalatokat szerezni és abból tanulni, következtetéseket levonni. Nem új keletű tehát az igény, hogy matematikaórán tárgyi tevékenységek által folyjon tanulás.

Számos eszköz létezik a matematikára specializálódva is, melyek segítségével megvalósíthatók manipulatív tevékenységek egy-egy tanórán. Ezek között akad magyar kötődésű eszköz is, amely Dienes Zoltán nevéhez fűződik, aki számos eredményt ért el az eszközhasználat területén matematikából. Ilyen például az ő nevéhez fűződő számtani készlet vagy a Vigotszkijjal közös logikai készletük. De több más eszköz is létezik, például a Cuisenaire-féle színes rudacsokk vagy a Babylon készlet, amelyek szintén jól használhatók matematikaoktatáshoz. (Cser, 1973)

1.2. A szöges tábla és a Geoboard alkalmazás

Dolgozatom fókuszpontjában egy, a matematikatanításban régóta használatos munkaeszköz, a szöges tábla áll. Ez az eszköz a komplex matematikatanítási kísérletben is szerepet játszott. A szöges tábla egy olyan tábla, melyben a szögek úgy helyezkednek el, mintha egy négyzetrács rácspontjai lennének. Ezek köré gumikarikák segítségével különböző geometriai alakzatokat tudunk kifeszíteni, így az eszköz használható ábra létrehozására egy feladathoz, szemléltetésre, illetve új ismereteket is elsajátíthatnak a gyerekek egy ezen végzett tevékenység által. Ma több formátumban is megtalálható a boltokban, internetes áruházakban. Létezik négyzet, téglalap és kör alakú szöges tábla is különböző anyagokból (fa, műanyag stb.). Nagy előnye, hogy nincs korosztályhoz kötve a használata, hiszen a legegyszerűbb alakzatok megjelenítésétől kezdve eljuthatunk akár az egyetemi szintű problémák megoldásáig is, így óvodáskortól felnőttkorig bármelyik korosztály számára alkalmazható eszköz. (Seltzer, 2012)

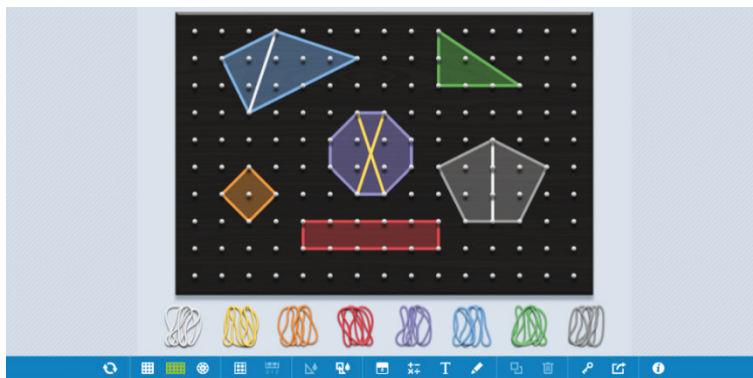
Véleményem szerint azonban nincsenek teljesen kiaknázva az eszközben rejlő lehetőségek. Ez betudható annak, hogy ismereteim szerint nem túl sok irodalom foglalkozik a témával, illetve feladatgyűjtemény is alig van, amely erre az eszközre épít. Bár elsőre úgy tűnhet, hogy kizárólag geometriai feladatok megoldására alkalmas, de a matematika több területén is használható. Például algebrai, kombinatorikai vagy valószínűségszámítással

kapcsolatos feladatok, problémák megoldására is alkalmas (Török). Megjegyzem, hogy a szöges táblával megoldható feladatok nem feltétlenül igénylik a szöges tábla használatát, hiszen négyzetrácsos füzetben, papírral, ceruzával is megoldhatók ezek a problémák. Ugyanakkor a négyzetrács korlátozza, vagy körülményessé teszi az átrendezhetőséget, a változtatást, bizonyos értelemben statikussá válik a problémamegoldás folyamata. A dinamikus jelleg fokozottan érvényes az eszköz digitális változatára.

Az eszköz kihasználatlansága fakadhat abból is, hogy manapság már a szöges tábla alig áll rendelkezésre az iskolákban, még egy bemutatódarab sem a tanárok számára, nemhogy minden gyereknek külön-külön. Azonban mivel nem egy bonyolult szerkezetről van szó, akár házilag is elkészíthető az eszköz akár szülők bevonásával is, bár manapság vannak korszerű alternatívák is, de ezt később bővebben kifejtem. Én személy szerint sem általános iskolai, sem középiskolai tanulmányaim során nem találgattam ezzel az eszközzel, amit utólag sajnállok, hiszen amint megismerkedtem vele, rögtön megtetszett, és el is döntöttem, hogy én használni fogom tanári pályám során.

A szöges táblához hasonló konstrukció a lyukas tábla. A különbség a nevéből is következtethető, itt lyukak vannak a szögek helyén szintén egy képzeletbeli négyzetrács rácspontjaiban. Ehhez tartoznak a lyukakba illeszthető szögek és a szöges táblához hasonlóan ezek köré feszíthető gumikarikák. (Török)

Az eszköz új megvalósítást kapott a digitális térben (1. ábra). Manapság már több applikáció is rendelkezésre áll, amelyek helyettesíthetik a hagyományos munkaeszközöket. A Geoboard online alkalmazással (<https://apps.mathlearningcenter.org/geoboard/>) konzulensem, dr. Kovács Zoltán tanár úr által ismerkedtem meg az egyik matematikai-módszertanóra keretein belül. Előtte, mint már említettem, a hagyományos szöges táblát sem ismertem, így újdonságként hatott, és azonnal megtetszett. Ennek segítségével anélkül lehetséges a szöges tábla használata matematikaórán, hogy az iskola rendelkezne a hagyományos eszközzel, hiszen az internet és a használathoz szükséges eszközök az oktatási intézmények túlnyomó többségében már rendelkezésre állnak.



1. ábra: A Geoboard alkalmazás felülete

Háromféle tábla található az alkalmazás felületén. Egy 5x5-ös, azaz egy 25 szöget tartalmazó négyzet alakú tábla, egy 10x15-ös, azaz egy 150 szöget tartalmazó téglalap alakú tábla, valamint egy kör alakú tábla, amelyen a körív 12 pontjában egymástól egyenlő távolságra lévő szögek találhatók, valamint a kör középpontjában is van egy szög. A négyzet alakú tábla előnye, hogy mivel kevés szöget tartalmaz, így jól átlátható, ezáltal alsó tagozatos diákok számára is jól használható. A téglalap alakú tábla előnye, hogy mivel jóval több szög található rajta, így bonyolultabb alakzatokat is létre lehet hozni, illetve összetettebb feladatokat is meg lehet rajta oldani, azaz inkább a felső tagozatos és annál idősebb tanulók számára alkalmas. A kör alakú tábla legnagyobb előnyének én azt látom, hogy kialakításának köszönhetően az analóg óra megismerésére is kiválóan használható. Sokszor hallom a tanári szobában, hogy mivel már szinte csak digitális órával találkoznak a gyerekek, így az analóg óra ismerete, használata már kezd kikopni a köztudatból, és sok gyerek nem is ismeri azt. Így ezzel az eszközzel talán ez a probléma is kiküszöbölhető, vagy legalább enyhíthető, ha analóg órával kapcsolatos feladatokat tűzünk ki a kör alakú táblán.

Mindhárom táblatípus esetében nyolc különböző színű kötelet lehet a szögek köré feszíteni, azokból pedig alakzatokat lehet létrehozni. A felület alján van egy eszköztár, melyben a rácsvonalakat lehet láthatóvá tenni, a sorokat és oszlopokat be is lehet számozni. A kör alakú tábla esetén az analóg órának megfelelő számozás kerül a táblára, illetve a rácsozással egy olyan tizenkétszög jelenik meg, melynek csúcsai a szögek, valamint az átlók is megjelennek. A zárt alakzatokat ki lehet tölteni a kötél színével egyesével is, illetve az összeset is egyszerre. Ekkor arra kell figyelni, hogy a sokszögeket egy kötéldarab széthúzásával hozzuk létre, ne több darabból rakjuk össze, hiszen ekkor a színező funkció nem használható. A létrehozott alakzatokat sokszorosítani is lehet kijelölés után, így akár a parkettázás is megvalósítható, valamint törölni is lehet a kialakított síkidomokat.

Jegyzeteket és szöveget is lehet beszúrni a táblák felületére, így a jegyzetelés lehetősége is adott az ábrák mellett, illetve sokszögek esetén a csúcsok, oldalak jelölése is megvalósítható ennek segítségével. Rajzeszközök is találhatóak a felületen, melyekkel görbe és egyenes vonalat is lehet húzni különböző színekben, valamint azokat el is lehet távolítani természetesen radírral, vagy akár az összes rajzot is el lehet tüntetni egy gombnyomással. Ez a gumikötéllal létrehozott ábrákat nem befolyásolja.

A feladatok, illetve a megoldások többféle módon is megoszthatók másokkal. A felületen látható állapotot kép formájában is le lehet menteni, illetve egy linken keresztül is meg lehet osztani. Emellett az aktuális állapotról egy nyolc karakterből álló kódot is le lehet kérni, amit ha beír a másik fél, akivel meg szeretnénk osztani, akkor megjelenik számára az adott állapot, ami a kód lekérése pillanatában volt látható. Ezeknek a lehetőségeknek a felhasználásával tanárként előre is létrehozhatunk feladatokat, melyeket az órán meg tudunk osztani a diákokkal. Illetve a gyerekek megoldásait is be tudjuk gyűjteni többféle módon.

1.3. A digitális kompetencia

Mivel a Geoboard alkalmazás használatához is szükséges az internet és a számítástechnikai eszközök használatában való jártasság mind a pedagógus, mind a tanulók részéről, így felmerül a digitális kompetencia jelentősége is a témával kapcsolatban. Ez a kompetencia ma már az alapvető kompetenciákhoz sorolható, amely kiemelt szerepet kapott az elmúlt években, hiszen a koronavírus-járvány következtében 2020-ban egyik pillanatról a másikra az oktatásban is át kellett állni digitális oktatási formára. Ez a tanároknak, a tanulóknak, illetve a szülőknek is egyaránt nagy kihívást jelentett, mivel ezt megelőzően nem igazán volt rutinos egyik fél sem a rendelkezésre álló online felületek használatában. Azonban ahogy a mondás is tartja, minden rosszban van valami jó, hiszen a kényszer hatására meglátásom szerint történt előrelépés ezen a téren.

A digitális eszközök iskolai használatához egyik feltétel a tanárok jártassága ezen a területen. „Prensky szerint az oktatás mai problémái közül az egyik legfontosabb, hogy nagyon sok a digitális bevándorló tanár, akik más nyelvet beszélnek, mint megváltozott tanítványaik, akik már nem azok, akikre a módszereiket kitalálták, és akikre az oktatási rendszert tervezték.” (Chira, 2020, old.: 41.) Ez valóban probléma lehet manapság, mert a diákok számára az a természetes, hogy használják a kor technikai vívmányait, ugyanakkor a tanárok egy része olyan módszertant tanult és használ, amelybe még nem épültek be az IKT-eszközök és a különböző digitális lehetőségek egy minimálisan elvárt szinten túl. Napjainkban kialakult az igény, hogy az oktatásban is használják a technikai vívmányokat (Chira, 2020). Ez sok pedagógus számára kihívást jelent.

Vannak különböző referenciakeretek, keretrendszerek (IKER, DigComp stb.), melyek egyfajta iránymutatást adnak, hogy milyen irányba kell terelni ezen a területen a gyerekeket, hogy a szükséges digitális készségek kialakuljanak. Az említett dokumentumokban azok a területek vannak kiemelve, amelyeken ismereteket kell szereznüik a tanulóknak, hogy boldogulni tudjanak az életben. Ilyen például az adatgyűjtés. Sokan úgy vélik, hogy a mai világban a lexikális tudásnak már nincs nagy jelentősége, hiszen bármire rá lehet keresni az interneten pár másodperc alatt. Ehhez azonban tudnia kell az embernek, hogy mit keres, hol keresse, hogyan keresse, illetve szelekciós képességgel is rendelkeznie kell, hogy meg tudja állapítani, hogy mely források hitelesek, illetve melyek nem.

A kommunikációra is számos lehetőség van már online is, amelyeket szintén jó, ha megismer egy diák. Elég, ha csak az online oktatásra gondolunk, hiszen ezen lehetőségek nélkül aligha lenne megvalósítható a minőségi digitális oktatás. Ezzel a diákok többségének nem igazán van problémája, hiszen ma már annyi online csatornán keresztül kommunikálnak, hogy követni is nehéz, viszont a tanárok egy részénél olykor akadnak helyzetek, amelyekben még lehet fejlődést elérni.

A harmadik terület a saját online tartalmak (dokumentumok, videók stb.) gyártása. Ahogy haladnak előre tanulmányaikban a tanulók, annál nagyobb szükségük lesz erre a képességre, hiszen a felsőoktatásban, de már a középiskolai évek nagy

részében is sok feladatot már online vagy valamilyen digitális eszközzel kell elvégezniük (házi feladatok, beadandók, prezentációk stb.).

A következő terület a digitális lehetőségek ismerete, használata és annak meghatározása, hogy mikor melyik lehetőséget érdemes választani. Hiszen vannak olyan helyzetek, amikor több irányba is indulhatunk, melyek közül valamelyikkel gyorsabban, valamelyikkel nehézkesebben jutunk a megoldáshoz. Az egyik, ha nem a legfontosabb terület a digitális világon belül viszont a biztonság. Hiszen amellett, hogy tudja használni egy tanuló a különböző eszközöket, felületeket, a közösségi oldalak korában arra is meg kell tanítani a gyerekeket, hogy hogyan használják biztonságosan az internetet, mert számos veszély leselkedik rájuk, elég csak az adathalászokra, zaklatókra, álprofilokra gondolni (Chira, 2020).

Manapság tehát elengedhetetlen, hogy mind a tanulók, mind a pedagógusok digitális kompetenciája fejlődjön, hiszen ez a modern oktatás talán legfontosabb kulcskompetenciája, ami nemcsak az oktatásban, hanem az élet minden területén egyre nagyobb teret kap, így a mindennapokban való boldoguláshoz is létfontosságú.

A digitális szöges tábla használata, ha nem is mindegyik területhez, és nem egyforma mértékben, de hozzájárulhat ezeknek a kompetenciáknak a fejlesztéséhez. Egy-egy tábla kialakítása, különösen, ha szöveges elemeket is elhelyezünk rajta, tartalomgyártást jelent. A táblák kép formátumba gyűjthetők, rendszerezhetők, beépíthetők más tartalomba. A megosztás pedig fontos eleme a tanulási folyamatnak, akár a tanártól, akár a tanulóktól indul.

1.4. A motiváció

Önmagában sem a manipulatív tevékenység, sem a digitális eszközök használata nem elég ahhoz, hogy a tanulók ténylegesen aktív résztvevői legyenek az órának. Ahogy Pólya is írja, „kell hozzá még valami, ami a diákokat aktivitásra indítja” (Pólya, 1968, old.: 114.). Ez a valami pedig nem más, mint a motiváció. Pólya így folytatja: „A tanár is kereskedő bizonyos értelemben – matematikát akar eladni az ifjúságnak.” (Pólya, 1968, old.: 116.) Olyan terméket pedig nem könnyű eladni, amire a vevő szerint neki nincs szüksége. Így a tanárnak meg kell mutatnia a diákoknak, hogy igenis lehet hasznos ismereteket szerezni matematikaórán, és érdemes a lehető legjobb eredményre törekedni, és eközben még élvezhetik is a tanulást.

Ha tanárként valamilyen szokásostól eltérő eszközt, esetleg applikációt viszünk az órára, akkor az általában felkelti a gyerekek érdeklődését, mivel az újdonság erejével hat. A fontos az, hogy a tanárok megértsék, tanulóik hogyan viszonyulnak a matematikához, milyen problémáik vannak, mi motiválja őket. Middleton (1995) tanulmánya kimutatta, hogy nem igazán egyeznek a tanárok és a diákok elképzelései a motivációval kapcsolatban. Ha pedig nem tudja a pedagógus, hogy mi motiválja a diákokat, akkor nem is fog tudni azon dolgozni, hogy ez a motiváció növekedjen. Egyes megkérdezett diákok szerint nem

„menő dolog”¹ jó eredményt elérni matematikából, a bukás elkerülése pedig nem igényel nagy erőfeszítéseket. Így nincs, ami jó teljesítményre sarkallja őket.

Walter és Hart (2009) szerint a diákok motivációja egy összetett probléma. A szerzők szerint a fő motivációs faktorok a következők: legyen érdekes a probléma, legyen megfelelő az osztálytermi klíma, legyen lehetősége a diákoknak a saját felfedezésre, tudják a tanulók, hogy miért van szükségük a tanultakra, jelenjen meg az együttműködés másokkal a tanulás során, illetve az eszközhasználat is fontos tényező. Ez alapján a manipulatív tevékenység a motiváció növekedését is elősegíti. Walter és Hart felhívják a figyelmet a cikkükben, hogy a motiváció területe további kutatásokat igényel, megemlíti, hogy kívánatos lenne további tanulmányok írása a témában, hogy tisztább képet kapjunk a diákok motivációjáról, és tudjuk azt növelni is.

Úgy vélem, a szöges tábláról, a Geoboard alkalmazásról, valamint hatásukról a tanulók motivációjára nem áll rendelkezésre a téma fontosságának megfelelő szakirodalom. A pályamunkám a tárgyi tevékenység motivációra gyakorolt hatásáról alkotott ismereteket kívánja bővíteni.

1.5. Az alapvető matematikai képességek

Az alapvető matematikai képességeket a PISA2012-ben használt keretrendszer szerint foglalom össze (Balázi, Ostorics, Szepesi, Szalay, & Vadász, 2013). A képességek:

1. kommunikáció,
2. matematizálás,
3. ábrázolás,
4. indoklás és érvelés,
5. stratégia kidolgozása,
6. a szimbolikus, formális szaknyelv használata, műveletek alkalmazása,
7. a matematikai eszközök használata.

Az első képesség a kommunikáció, amely lehet befogadó és közlő is. A problémák, utasítások megértését és a válaszadás képességét értjük alatta.

A matematizáláshoz a valós világ jelenségeinek, objektumainak matematikai nyelven történő megfogalmazása, leírása tartozik.

Az ábrázolás a matematikai jelenségek, problémák, megoldások reprezentációja speciális eszközökkel, pl. grafikonnal, táblázattal, diagrammal, ábrával, egyenlettel, képlettel, szöveges leírással és kézzelfogható tárggyal.

Az indoklás és érvelés a gondolkodási műveletek logikus sorrendben történő alkalmazását jelenti, következtetések megfogalmazása érdekében.

¹ „Cool” az angol eredetiben.

A stratégia kidolgozásához tartozik a probléma megoldásához vezető terv megfogalmazása és monitorozása.

A szimbolikus, formális szaknyelv alkalmazása az algebrai gondolkodásmód egy fejlett formája, a szimbólumokat tartalmazó kifejezések manipulációja és formális rendszerek használata. A számolási készség összetevői is ide tartoznak. (Pl. aritmetikai műveletek végzése.)

„A matematikai eszközök használatához tartozik a matematikai aktivitást segítő különböző (tárgyi vagy digitális) eszközök használata, valamint az ilyen eszközök korlátainak az ismerete.” (Balási, Ostorics, Szepesi, Szalay, & Vadász, 2013, old.: 19)

A Geoboard alkalmazása során előtérbe kerül az ábrázolás és az eszközhasználat képessége. Ugyanakkor a fellépő matematikai képességeket alapvetően a feladatok kitűzése határozza meg, nem az eszköz. Azonban maga az eszközhasználat segítheti a stratégia kidolgozását a próbálgatás lehetőségével. Mivel a tanuló tartalmat hoz létre, ezért a közlő kommunikációval való kapcsolat is nyilvánvaló, amely a szaknyelv használatával is társul. Az indoklás-érvelés konkrét, tárgyi eszközökkel, tevékenységgel támogatott formáját is segítheti a Geoboard. Ettől a komplex hatástól joggal várhatjuk a tanulási folyamat segítségét.

2. A KUTATÁS BEMUTATÁSA

2.1. *A kutatás háttérében álló pedagógiai probléma*

A mai felgyorsult világban, ahol megannyi inger éri az embereket és így a diákokat is, nem könnyű lekötni a gyerekek figyelmét, főleg nem negyvenöt percen keresztül. Ők már az okostelefonok és a különböző digitális eszközök világába születtek, és nap mint nap használják is ezeket, ráadásul egyre fiatalabb korukban. Így mire eléri az iskoláskort, már rutinosan használják a legtöbb eszközt. Pont ezért a hagyományos eszközök és módszerek használata már nem igazán éri el az ingerküszöbüket, aminek következtében elkalandozhatnak órán, esetleg magatartási problémák is felmerülhetnek. Ennek elkerülése érdekében érdemes valamilyen tárgyi, manipulatív tevékenységet beiktatni az órába vagy valamilyen IKT-eszköz segítségével feladatot megoldani. A Geoboard alkalmazás kettő az egyben, hiszen az eszközhasználatot és az IKT-eszköz használatát is tudja biztosítani, így egy nagyszerű lehetőség lehet a figyelemfelkeltésre.

2.2. *Kutatási kérdések*

Pályamunkámban azt vizsgálom, hogy a Geoboard alkalmazás

1. milyen hatással van a matematikatanulás eredményességére;
2. a tanulók motivációjára;
3. a tanulók aktivitására.

Az első kérdést matematikai tesztfeladatok kiértékelésével, a másodikat egy belső motivációs kérdőív segítségével, végezetül a harmadik kérdést megfigyeléssel válaszolom meg. Az alkalmazott módszereket a pályamunka további részében részletesen kifejtem.

2.3. Módszer

2.3.1. A kutatás alanyai

Négy tanórát tartottam összefüggő gyakorlatom helyszínén, a kazári Aba Sámuel Általános Iskolában, melyeken az alkalmazással dolgoztunk. Két korosztállyal is volt alkalmam dolgozni, hiszen két órát a hatodik évfolyamon, két órát pedig a nyolcadik évfolyamon tartottam. Korábban a gyakorlóiskolai tanítási gyakorlat során az egyik hatodik osztályos óra feladatait már használtam, azzal a különbséggel, hogy akkor online formában zajlott az oktatás. Az órák során megfigyeltem a tanulói aktivitást, valamint felmértem a tanulás eredményességét, illetve a motivációra való hatást.

2.3.2. Tesztelés

Minden tanóra végén minden diák kitöltött egy értékelőlapot. Ezen szerepeltek ellenőrző feladatok is, melyek kitézésénél ügyeltem a differenciálásra is, hiszen jellemzően volt egy minimum szintű feladat, illetve egy optimum szintű feladat is. Ezzel az volt a célom, hogy felmérjem, hogy mennyire volt sikeres a tanulás, tudják-e alkalmazni az óra végén az óra alatt szerzett ismereteket. A visszajelző funkció mellett ennek az óra végi számonkérésnek tanulást segítő funkciója is volt, mert a kérdések felhívták a tanulók figyelmét az óra lényeges elemeire. Ez a módszer az ún. elosztott tanulás egy formája (Bernáth, 2004).

A feladatok után még két kérdést kaptak, ezek viszont már a Geoboard alkalmazás használatára vonatkoztak, nem a tudásukat mérték. Hármaskálán kellett értékelniük az alkalmazást két szempont szerint. Az egyik az volt, hogy mennyire volt nehéz használni a felületet, a másik pedig az, hogy tetszett-e nekik az alkalmazás.

Végezetül az óra alatt létrehozott munkáikat is szerettem volna begyűjteni, így bár az óra közben is követtem a munkájukat, utólag részletes képet kaptam az egyes tanulók munkáiról. Ezeket a munkákat a kódok segítségével gyűjtöttem be a Geoboardon keresztül, majd később le is mentettem képek formájában.

2.3.3. Belső motivációs kérdőív

A motiváció vizsgálatára a kikérdezés módszerét választottam egy online kérdőív formájában. Az ún. belső motivációs kérdőívet (Intrinsic Motivation Inventory, IMI) Ryan és Deci (2000) alkotta meg. Az IMI egy többdimenziós mérőeszköz, amelynek célja a résztvevők szubjektív tapasztalatainak felmérése egy célzott tevékenységgel kapcsolatban. A résztvevők érdeklődését/örömet, érzékelt kompetenciáját, erőfeszítését,

a tevékenység megítélt értékét/hasznosságát, a tevékenység közben érzett nyomást és feszültséget, valamint az érzékelt választási lehetőséget értékeli egy adott tevékenység végzése közben. A mérőeszköz szerzői jogvédelem alatt áll, de tudományos célú felhasználása ingyenes, és az állítások módosíthatók, bizonyos dimenziók elhagyhatók vagy hozzáadhatók. A mérőeszköz használatát a jogtulajdonosnál regisztráltuk.

A 18 állításból álló saját mérőeszközt az eredeti alapján állítottam össze (1. táblázat), kihagyva az érzékelt választás dimenziót, továbbá a kérdéseket kifejezetten a Geoboardra specializálva, hogy a tanulók pontosan megértsék a kérdéseket. Az állításokat a tanulók véletlen sorrendben kapták, és ötfokozatú Likert-skálán kellett a választ megfogalmazniuk (1: egyáltalán nem értek egyet, 5: teljes mértékben egyetértek). Az inverz kérdések értékelésénél a skála a kitöltés után megfordul (1→5, 2→4, 3→3, 4→2, 5→1).

1. táblázat: A mérőeszköz állításai

Sorszám	Dimenzió	Kérdés
1.	Érdeklődés/öröm	Élveztem, amikor a Geoboarddal tartottuk a matematikaórárt.
2.		Jó volt a Geoboardot használni.
3.		A Geoboard nem kötötte le a figyelmemet (<i>inverz értékelés</i>).
4.		A geoboardos kirakót érdekes tevékenységnek tartottam.
5.	Kompetencia	Úgy érzem, jó vagyok a geoboardos feladatokban.
6.		Szerintem jól teljesítettem a geoboardos feladatokat.
7.		A geoboardos feladatokat magabiztosan oldottam meg.
8.		Szerintem ügyes voltam a geoboardos feladatokban.
9.		Meg vagyok elégedve a geoboardos teljesítményemmel.
10.	Erőfeszítés	Minden erőmet beleadtam a geoboardos feladatokba.
11.		Nem fektettem túl sok energiát a geoboardos feladatok megoldásába (<i>inverz értékelés</i>).
12.		Fontosnak éreztem, hogy megoldjam a geoboardos feladatokat.
13.	Nyomás/feszültség	A geoboardos feladatok közben nem éreztem nyugtalanságot.
14.		Nyugodt voltam a geoboardos feladatok megoldásakor.
15.		Ideges voltam, amikor geoboardos feladatokat oldottunk meg (<i>inverz értékelés</i>).
16.	Hasznosság	Úgy gondolom, hogy sokat tanultam a geoboardos feladatokból.
17.		Úgy gondolom, hogy a Geoboard segített a matematika tanulásában.
18.		Úgy gondolom, hogy a geoboardos feladatok segítettek abban, hogy kreatívabb legyek.

2.3.4. Megfigyelés

„Megfigyelés alatt hosszabb, vagy rövidebb ideig tartó észlelést értünk, amely lehetőséget ad, olyan jelenségek, vagy folyamatok nyomon követésére, amelyek az észlelt objektumban bizonyos hatások eredményeként következnek be.” (Lengyelne Molnár & Tóvári, 2001, old.: 35.)

A megfigyelés előnye, hogy nemcsak az eredményeket, válaszokat látjuk egy folyamat végén, hanem az egész folyamatot végigkísérhetjük, illetve nem szakadnak ki a természetes közegükből a diákok közben. Esetemben a megfigyelés fő szempontja az órai aktivitás és a figyelem megléte volt, a természetes közeg pedig adott volt, hiszen tanórák alatt zajlott a megfigyelés. Annyi változás volt mindössze, hogy a technikai lehetőségek miatt az informatikateremben tartottuk az órákat. Hátrány lehet viszont, hogy időigényes a folyamat, sok tervezést, szervezést igényel, illetve hatással lehet az alanyokra a megfigyelő jelenléte a folyamat közben. Utóbbi nálunk nem merült föl, hiszen a megfigyelő én voltam, és már számos tanórán találkoztak velem a diákok, így nem volt szokatlan a jelenlétem.

A tervezés viszont valóban sok időt igényel egy átlagos órán is, itt azonban a technikai, illetve az új eszköz használatával kapcsolatos problémákra is fel kellett készülni annak ellenére, hogy előzetesen már bemutattam nekik az alkalmazást, és ki is próbálhatták azt korábban elsajátítva az alapokat. Mind a négy tanóra esetében részletes óratervet készítettem, az adott óra feladatait előkészítettem. A megfigyelés célja az adatgyűjtés volt, és bár nem volt túl sok alkalom, de így is sok információhoz jutottunk az eszköz használatával kapcsolatban.

Megfigyelőként aktív részese voltam az óráknak, én tartottam mind a négy foglalkozást, én tűztem ki a feladatokat, szükség esetén segítettem, ha valamilyen problémába ütköztek a diákok. A tanulók tisztában voltak vele, hogy megfigyelés alatt állnak, hiszen tájékoztattam őket, hogy miért vagyunk másik teremben, illetve mivel fogunk foglalkozni az órán, de meglátásom szerint különösebb hatással ez nem volt a munkájukra.

2.4. A kutatás során alkalmazott matematikai feladatok

A következőkben azokat a feladatokat sorolom föl, amelyeket a Geoboard alkalmazás segítségével oldottak meg a gyerekek. A következő fejezetben ezeknek a megoldását részletezem, illetve a gyerekek megoldásait elemzem.

1. feladat:

Válasszátok ki a kör alakú táblát a Geoboard felületén!

- Ábrázoljátok, mit mutat az óra 15:00-kor! A kis mutató piros, a nagy mutató kék legyen!
- Hány órát fog mutatni az óra, ha 30 fokkal elfordul a kis (piros) mutató? Mi történik ezalatt a nagy (kék) mutatóval? Ábrázoljátok a mutatók új állását!
- Hány fokkal fordul el a kis mutató 15 és 20 óra között? Mi történik ezalatt a nagy mutatóval? (8. osztály)

2. feladat:

Készítsétek el az alábbi ábrát (2. ábra) a Geoboard felületén a négyzet alakú táblán, majd forgassátok el a K középpont körül:

- 270 fokkal (óramutató járásával megegyező irányba);
 - 90 fokkal (óramutató járásával ellentétes irányba)!
- Mit tapasztaltok? (8. osztály)



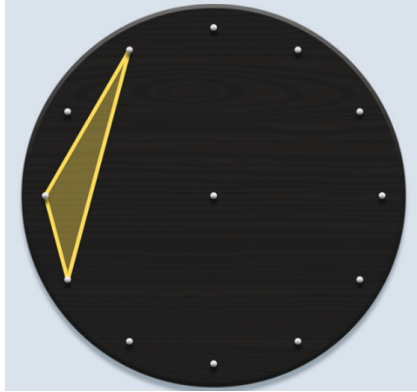
2. ábra: A 2. feladat ábrája

3. feladat:

Készítsetek egy 4 egység oldalú négyzetet (egy egység 2 szomszédos szög távolsága) a Geoboard felületén a téglalap alakú táblára, majd valamelyik oldal felezőpontja körül forgassátok el 90 fokkal az óramutató járásával megegyező irányba! Milyen alakzatot kapunk az eredeti és az elforgatott négyzet fedésében? (8. osztály)

4. feladat:

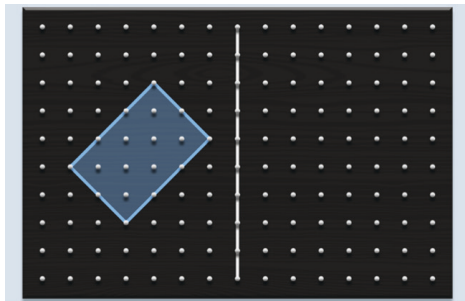
Készítsd el a táblán látható háromszöget a kör alakú Geoboardon (3. ábra), majd fordasd el 120 fokkal az óramutató járásával megegyező irányba! (8. osztály)



3. ábra: A 4. feladat ábrája

5. feladat:

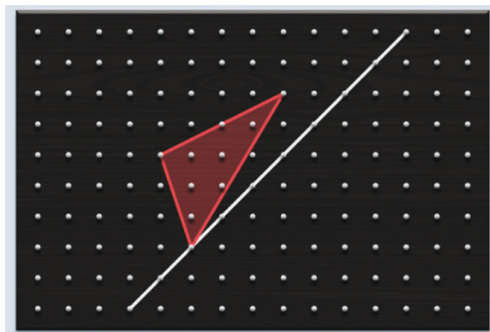
Tükrözd az alábbi téglalapot a tengelyre! (4. ábra)



4. ábra: Az 5. feladat ábrája

6. feladat:

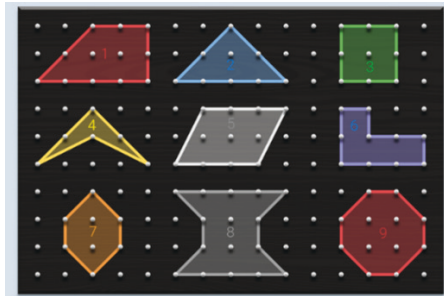
Tükrözd az alábbi háromszöget a tengelyre! (5. ábra)



5. ábra: A 6. feladat ábrája

7. feladat:

Válasszátok ki az alábbi alakzatok közül azokat, amelyek tengelyesen szimmetrikusak!
(6. ábra) Határozzátok is meg a szimmetriatengely(eke)t!



6. ábra: A 7. feladat ábrája

8. feladat:

Készítsetek tengelyesen szimmetrikus alakzatokat a Geoboardon!

3. EREDMÉNYEK

A következőkben az előző fejezetben felsorolt feladatok megoldásait fogom ismertetni, illetve a gyerekek megoldásai közül fogok párat bemutatni. Ezenfelül az óra végi értékelőlapok és a belső motivációs kérdőív eredményeit ismertetem.

3.1. Feladatok megoldásai

1. feladat:

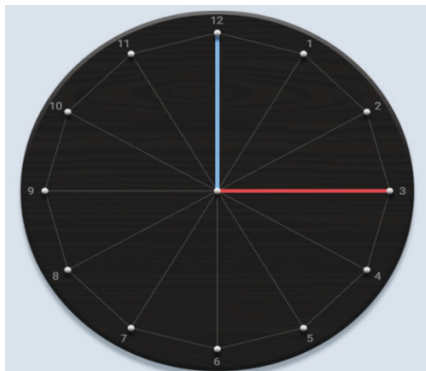
Válasszátok ki a kör alakú táblát a Geoboard felületén!

- Ábrázoljátok, mit mutat az óra 15:00-kor! A kis mutató piros, a nagy mutató kék legyen!
- Hány órát fog mutatni az óra, ha 30 fokkal elfordul a kis (piros) mutató? Mi történik ezalatt a nagy (kék) mutatóval? Ábrázoljátok a mutatók új állását!
- Hány fokkal fordul el a kis mutató 15 és 20 óra között? Mi történik ezalatt a nagy mutatóval? (8. osztály)

Ezt a feladatot elsősorban amiatt találtam ki, mert mint már említettem a kör alakú Geoboard bemutatásánál, a mai fiatalok egy részének már gondot jelent az analóg óra ismerete, hiszen szinte már csak digitális órákkal találkozunk a mindennapokban. Kíváncsi voltam, hogy ez a probléma nyolcadik osztályban mennyire jelentős, okoz-e gondot ezeknek a feladatoknak a megoldása.

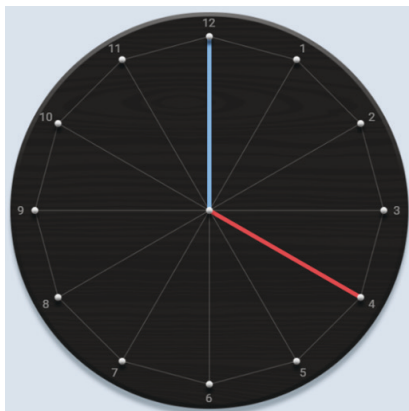
Megoldás:

a) A legtöbben megtalálták a helyes megoldást (7. ábra) ennél a feladatnál.



7. ábra: 1. a) feladat megoldása

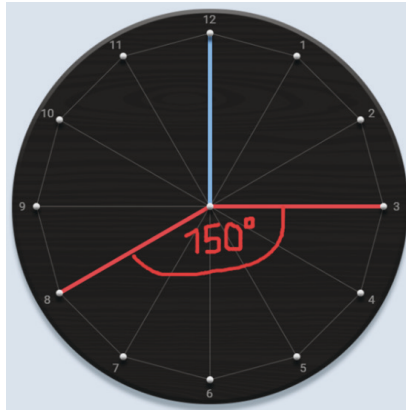
b) Mivel a szögek 12 egyenlő részre osztják a 360 fokot, így 2 szomszédos szög között 30 fokos szög van. Azaz a kis mutató egy szöggel arrébb kerül, azaz 16:00-t fog mutatni az óra 30 fokos elfordulás esetén (8. ábra). A nagy mutató ezalatt 1 teljes kört tesz meg, azaz 360 fokkal fordul el.



8. ábra: 1. b) feladat megoldása

15 és 20 óra között 5 óra telik el. Ez azt jelenti, hogy 5 szöggel kerül arrébb a kis mutató. Az előző feladatrész alapján ez ötször 30 fokos, azaz összesen 150 fokos elfordulást jelent (9. ábra). A nagy mutató ezalatt 5 teljes kört tesz meg, ami ötször 360 fokos elfordulást jelent, azaz összesen 1800 fokkal fordul el. Ez alapján és az előző feladatrész

alapján észrevehetjük, hogy 360 fokos vagy annak egész számú többszöröseivel való forgatás önmagába viszi az alakzatot, hiszen a nagy mutató mindkét esetben az eredeti pozíciójába került vissza.



9. ábra: Az 1. c) feladat megoldása

A diákok megoldásait nem tartom relevánsnak külön beemelni dolgozatomba ennél a feladatnál, mivel a tanulók túlnyomó többsége minden feladatrészre helyes választ adott, így ugyanaz látható szinte az összes képen. Egyedül a c) feladatrész okozott gondot egy-két gyereknek, akik 120 fokos szögnek vélték az elforgatás szögét.

A Geoboard alkalmazásnak ezt a funkcióját véleményem szerint bátran lehet használni már kisebb korban is, hiszen az analóg óra megismerésére jól használható. A feladat sokféleképpen variálható, azonban hátrány, hogy csak egész órák esetén élethű az ábrázolás, mivel köztes időpontokban a kis mutató állása két szög közé esne. Viszont ez a probléma is kiküszöbölhető a rajzeszközök közül az egyenes vonal használatával.

2. feladat:

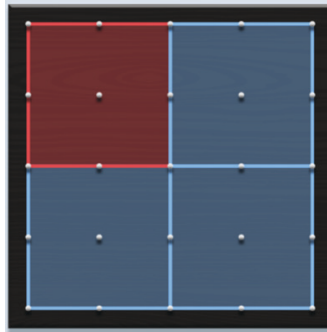
Készítsétek el az alábbi ábrát (2. ábra) a Geoboard felületén a négyzet alakú táblán, majd forgassátok el a K középpont körül:

- 270 fokkal (óramutató járásával megegyező irányba);
- 90 fokkal (óramutató járásával ellentétes irányba)!

Mit tapasztaltok? (8. osztály)

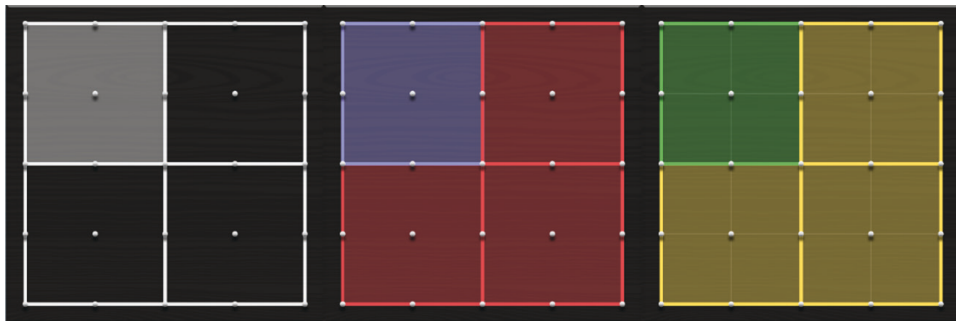
Ezzel a feladattal azt szerettem volna bevezetni a gyerekeknek, hogy ha mondjuk 270 fokos balra forgatás a feladat, az kiváltható 90 fokos jobbra forgatással. Ezt pedig nyilván egyszerűbben végre tudjuk hajtani (10. ábra). Ezt megelőzően négyzet elforgatása a középpont körül már szerepelt órán, csak annál hagyományos eszközökkel dolgoztunk, illetve csak annyi volt a feladat, hogy a csúcok betűjelét írják át a forgatás utáni új helyükre.

Megoldás:
a)-b)



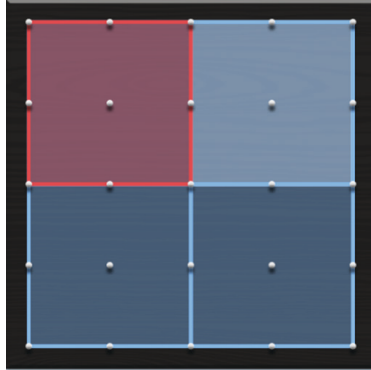
10. ábra: A 2. a) és 2. b) feladat megoldása

A diákok ezt a feladatot is többnyire sikerrel vették. A színeket nem kötöttem meg, így több színösszeállítás is létrejött a megoldás során. Volt, aki a minimalista utat választotta és csak az egyedülálló kis négyzetet színezte, a többi színezetlenül hagyta, volt, aki csak az egyik színt változtatta, és volt olyan is, aki két másik színt választott. Ezekből lássunk is egy-egy példát (11. ábra):



11. ábra: Jó megoldások a 2. feladatra

Akadt azonban olyan is, akinek láthatóan meggyűlt a baja az alkalmazás használatával, hiszen született pár kusza színezés is (pl. 12. ábra), bár ezekből is sejlik, hogy a jó megoldást igyekeztek kirakni, csak a technika nem engedte. Lássunk erre is egy példát:



12. ábra: Egy diák megoldása a 2. feladatra

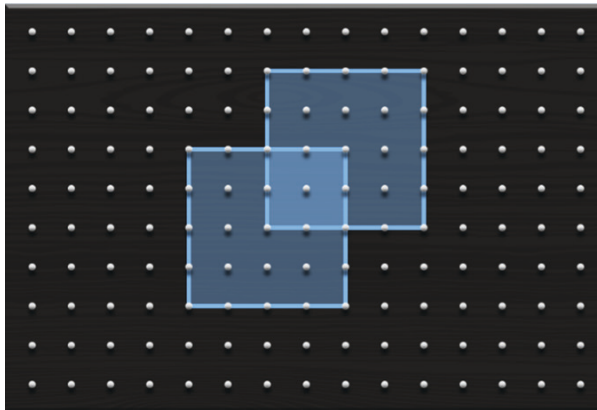
3. feladat:

Készítsetek egy 4 egység oldalú négyzetet (egy egység 2 szomszédos szög távolsága) a Geoboard felületén a téglalap alakú táblára, majd valamelyik oldal felezőpontja körül forgassátok el 90 fokkal az óramutató járásával megegyező irányba! Milyen alakzatot kapunk az eredeti és az elforgatott négyzet fedésében? (8. osztály)

A feladatot az OFI Újgenerációs tankönyvsorozatának Matematika 8. című tankönyvéből emeltem át Geoboardra, egészen pontosan az 57. oldal 1. feladatát. Ezzel azt is meg szeretném mutatni, hogy egy Geoboardtól független feladatot is gond nélkül át lehet telepíteni Geoboardra. (Matematika 8. Újgenerációs tankönyv, 2017.)

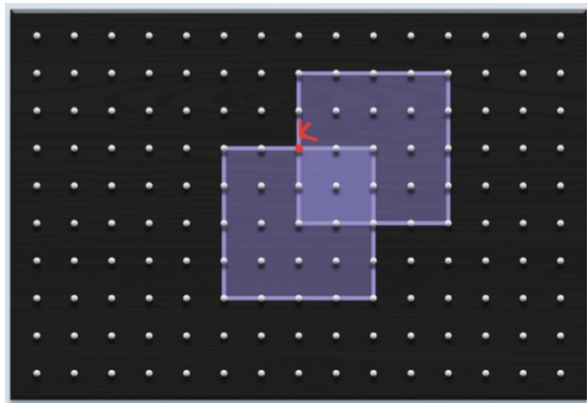
Megoldás:

A fedésben szintén egy négyzetet kapunk, amint azt az alábbi ábrán (13. ábra) is láthatjuk.



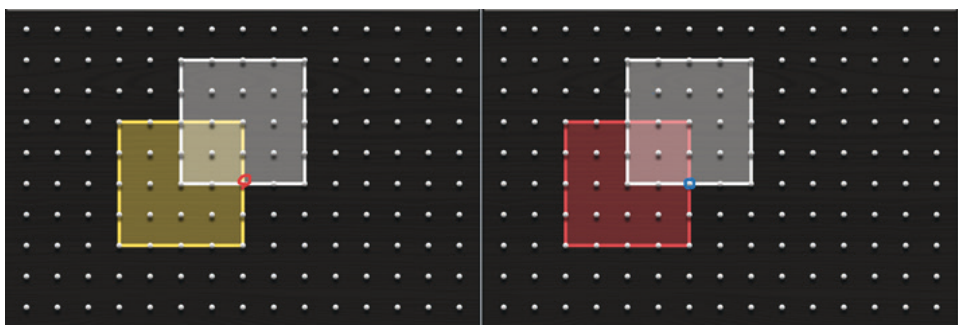
13. ábra: A 3. feladat megoldása

Utólag javítandónak látom a feladat kitűzésénél az eredeti és az elforgatott négyzet színének elkülönítését, hiszen a legtöbb esetben nem egyértelmű, hogy melyik melyik ezek közül, illetve azt is jelölném, hogy mely pont körül forgatták. Például az alábbi megoldásban (14. ábra) be van jelölve a K középpont, de az nincs, hogy melyik volt az eredeti, így nem egyértelmű, hogy helyes-e a megoldás, vagyis hogy valóban az óramutató járásával megegyező irányba forgatta-e a négyzetet a tanuló.



14. ábra: Egy diák megoldása a 3. feladatra

Mivel a nyolcadik évfolyamon két osztállyal is dolgoztam, így a másik csoportnál ezt a problémát már kiküszöböltem, és meghatároztam, hogy melyik oldalfelező pont körül forgassák el a négyzetet. Így az alábbiakhoz hasonló, egyértelmű megoldások születtek (15. ábra).



15. ábra: Tanulók megoldása a 3. feladatra

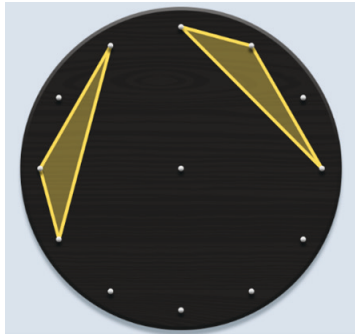
Összességében ez a feladat is jól ment a diákoknak. Különösebb gondja senkinek nem volt a megoldás során.

4. feladat:

Készítsd el a táblán látható háromszöget a kör alakú Geoboardon (3. ábra), majd fordasd el 120 fokkal az óramutató járásával megegyező irányba! (8. osztály)

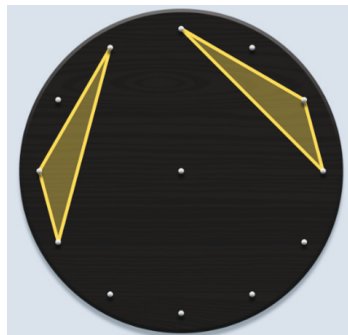
Eddig a feladatig a forgatás középpontja mindig az alakzat egyik pontja volt. Szerettem volna egy olyan feladatot is kitűzni, amelyben külső pont körül kell forgatni egy alakzatot, viszont nem akartam túlzásba esni, így a kör alakú táblát választottam. Ezzel az analóg órás feladat alatt szerzett ismereteket is felelevenítettük és használtuk. Az alábbi ábrán látható a megoldás (16. ábra).

Megoldás:



16. ábra: A 4. feladat megoldása

A többség ennél a feladatnál is jó megoldást adott. Itt nem tartom lényegesnek kiemelni ezek valamelyikének bemutatását. A hibás megoldást adók közül azonban mindenki ugyanazt a hibát vétette. Ez pedig nem volt más, mint hogy a tompaszöghöz tartozó csúcsot egy szöggel arrébb helyezték el a forgatás után, a másik két csúcs esetében viszont ők is jó munkát végeztek. Lássunk erre egy példát (17. ábra)!



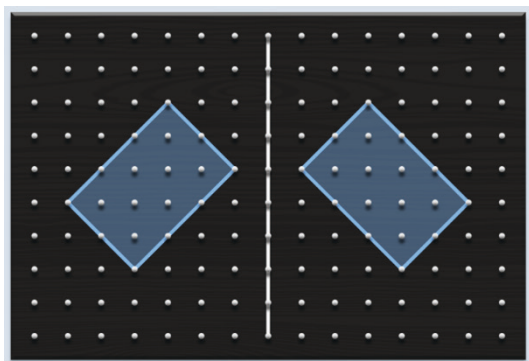
17. ábra: Tipikus hibás megoldás a 4. feladatra

5. feladat:

Tükrözd az alábbi téglalapot a tengelyre! (4. ábra) (6. osztály)

A feladatot dr. Török Tamás Eszközhasználat I. A szöges és a lyukas tábla című könyvéből választottam. Íme a megoldás (18. ábra).

Megoldás:

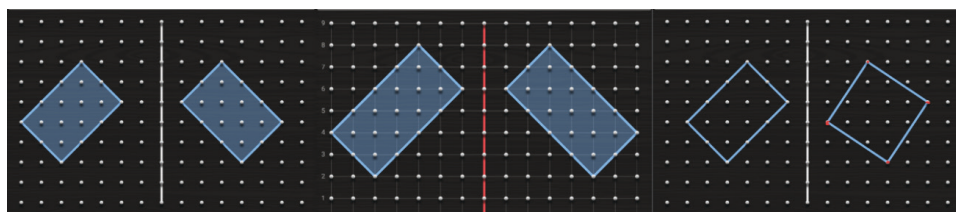


18. ábra: Az 5. feladat megoldása

Ezt a feladatot már a hatodik osztály számára vittem be. Előzetesen már volt szó tengelyes tükrözésről, hagyományos eszközökkel már végeztek is tengelyes tükrözést. Ezeket a feladatokat már inkább a négyzetrács segítségével való tengelyes tükrözés gyakorlására szántam.

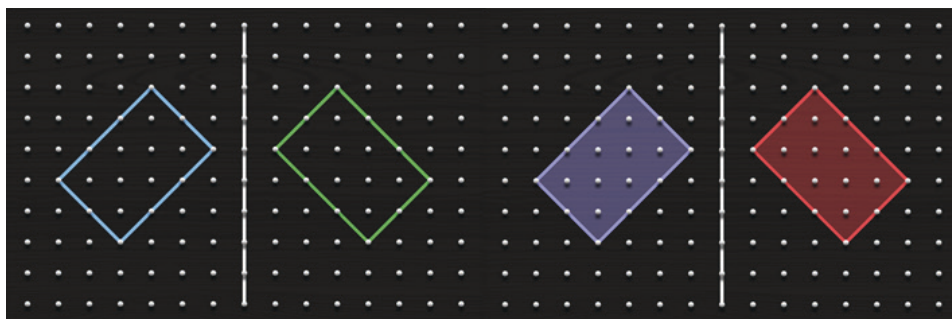
Itt különféle hibák is előfordultak. Volt, aki már a feladatot sem jól másolta le, és a tükrözés sem lett jó, volt, aki bár nem jól másolta le az eredeti ábrát, de a tükrözés helyes, és olyan is akadt, aki jól másolta le az eredeti alakzatot, de a tükrözést elrontotta. Természetesen ezek mellett a hibás megoldások mellett többen helyes megoldásra is jutottak. Először lássunk párat a hibás megoldásokról, aztán pár jó megoldást is.

Hibás megoldások (19. ábra):



19. ábra: Hibás megoldások az 5. feladatra

Helyes megoldások (20. ábra):



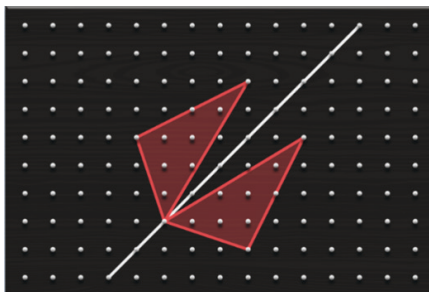
20. ábra: Helyes megoldások az 5. feladatra

6. feladat:

Tükrözd az alábbi háromszöget a tengelyre! (5. ábra)

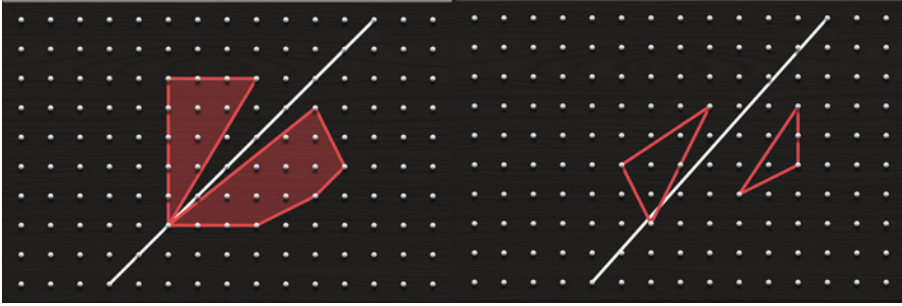
Ennél a feladatnál két csavar is került a történetbe, mivel itt a tengely átlósan van, illetve a háromszög egyik csúcsa a tengelyen van rajta.

Megoldás (21. ábra):



21. ábra: A 6. feladat megoldása

Ennél a feladatnál már jóval kevesebb helyes megoldás született. Jellemzően valamelyik csúcsa a háromszögnek egyvel arrébb került, vagy már az eredeti háromszög is eltért kismértékben a feladatban szereplőtől. Voltak azonban kiugróan rossz megoldások, melyek valószínűleg nagyrészt az eszköz használatából adódtak, mivel egyébként nem rossz képességű tanulók munkái. Egyiknél sem egyezik sem az eredeti háromszög, sem a tükrözött háromszög, sőt az egyik esetben nem is háromszög a kép (22. ábra).



22. ábra: Hibás megoldások a 6. feladatra

Mint írtam, azért akadt, aki hibátlanul tudta megoldani a feladatot, ám ezeket most nem emelem be. Összességében az eddigiek közül ez okozta a legnagyobb kihívást a diákoknak, mivel arányaiban ennél születtek a legkevesebb jó megoldás. Ez betudható a tengelyes tükrözéssel kapcsolatos hiányosságoknak, de meglátásom szerint itt a Geoboard alkalmazás használata is gondot jelenthetett.

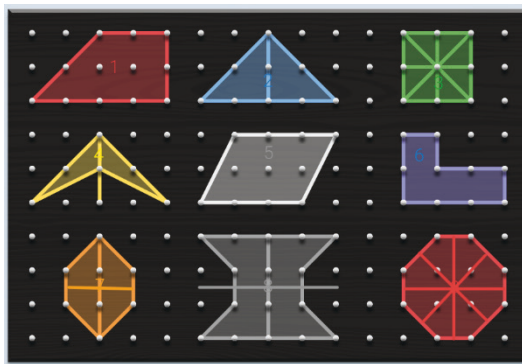
7. feladat:

Válasszátok ki az alábbi alakzatok közül azokat, amelyek tengelyesen szimmetrikusak! (6. ábra) Határozzátok is meg a szimmetriatengely(eke)t!

Ennél a feladatnál a gyerekek szelektálóképességére volt szükség. Eddig mindig valamilyen alakzat transzformációja volt a feladat, most azonban különböző alakzatok közül kellett eldönteni, hogy melyek tengelyesen szimmetrikusak. Végül azoknál, amelyeket tengelyesen szimmetrikusnak vélték, a szimmetriatengelyt vagy szimmetriatengelyeket is meg kellett határozniuk, be kellett rajzolniuk.

Megoldás:

A tengelyesen szimmetrikus alakzatok: 2,3,4,7,8,9. Ezeknek a szimmetriatengelyeit is behúzva az alábbi megoldást kapjuk (23. ábra).



23. ábra: A 7. feladat megoldása

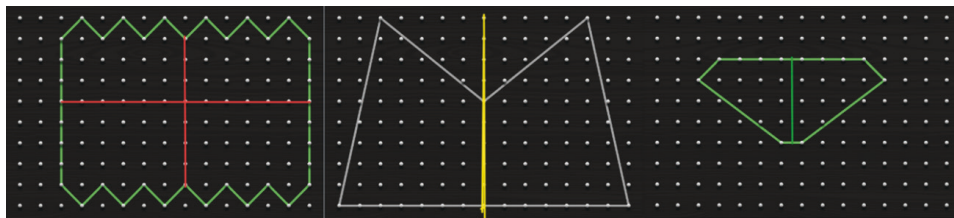
A tengelyesen szimmetrikus alakzatok kiválogatása a többségnek nem okozott gondot. Ennél a résznél a tipikus hiba, hogy a paralelogrammát is tengelyesen szimmetrikusnak vélik a tanulók. Általában annak középvonalait vélik szimmetriatengelynek, ám ez gyorsan bemutatható, hogy nem az.

A szimmetriatengelyek behúzásával azonban már több gond volt, hiszen volt, aki a kelleténél több tengelyt húzott be, de akadt olyan is, aki kevesebbet. Itt kétféle tipikus hiba volt. Többen a háromszög középvonalát és a konkáv deltoid felső két oldalfelező pontját összekötő egyenest is szimmetriatengelynek vették, illetve volt, aki a hatszög és nyolcszög esetében olyan átlókat is szimmetriatengelynek vélt, amelyek nem azok. Mint említettem, volt olyan is, aki kevesebb tengelyt húzott be a kelleténél, itt főleg az volt a gond, hogy csak a függőleges és a vízszintes tengelyeket ismerték föl. Tökéletes (hiánytalan és hibátlan) megoldás ennél a feladtnál nem született, de volt olyan, aki csak valódi szimmetriatengelyeket húzott be.

8. feladat:

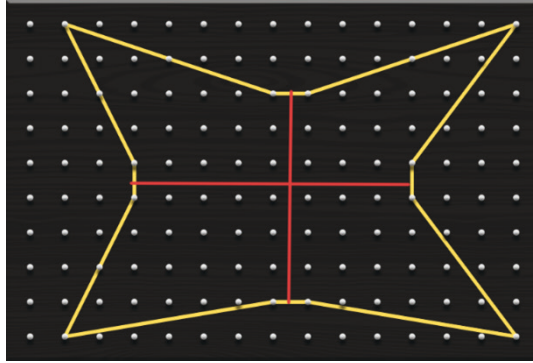
Készítsetek tengelyesen szimmetrikus alakzatokat a Geoboardon!

Ennek a feladatnak a megoldásai lettek a legváltozatosabbak az összes körül, hiszen itt a diákok kiélhették kreativitásukat is. A feladat kitűzésénél azt kértem tőlük, hogy ha lehet, ne próbálják megúszni a feladatot egy négyzettel vagy más egyszerűbb alakzattal, hanem igyekezzenek minél bonyolultabb alakzatot létrehozni. Volt, aki eleget tett ennek a kérésnek, de volt olyan is, aki inkább maradt az egyszerű megoldásnál. Lássunk pár különlegesebb megoldást (24. ábra), melyek valóban tengelyesen szimmetrikusak, bár az első esetében a vízszintes szimmetriatengely följebb van berajzolva a kelleténél.



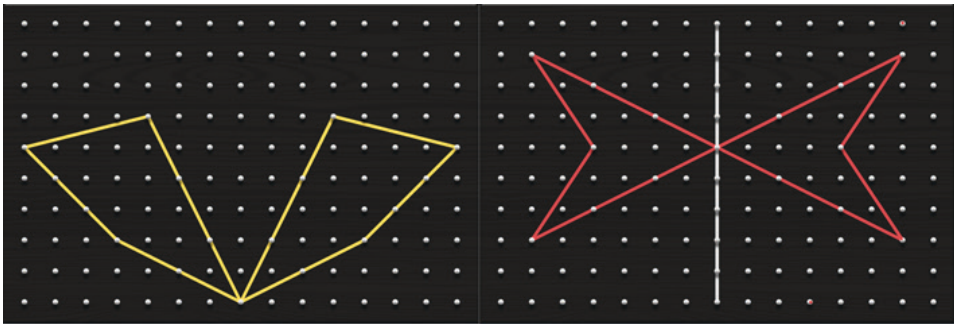
24. ábra: Jó megoldások a 8. feladatra

Akadt olyan megoldás is (25. ábra), amely első látásra valóban tengelyesen szimmetrikusnak tűnik, de a berajzolt két tengely közül egyik sem helyes, mert egy-egy sorral, oszloppal elcsúszott a dolog, viszont mivel az igyekezet megvolt, hogy minél egyedibb alakzatot hozzon létre, mégis bemutatom a megoldást. Ebből is látszik milyen kis dolgokon múlik a siker.



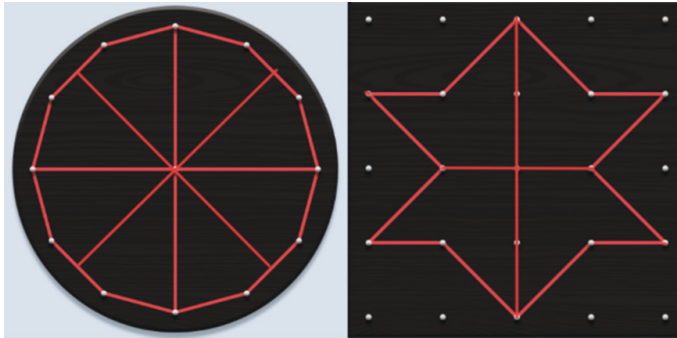
25. ábra: Hibás megoldás a 8. feladatra

Voltak olyan tanulók is, akik több alakzat összeillesztésével hoztak létre egy tengelyesen szimmetrikus alakzatokat. Mivel ezek lenginkább szárnyakra emlékeztetnek, azt is mondhatjuk, hogy szárnyra kapott a fantáziájuk. Lássuk ezeket is (26. ábra)!



26. ábra: Megoldások a 8. feladatra

Ezt a feladatot korábban már a gyakorlóiskolai tanítási gyakorlatom során is használtam a zárótanítás alkalmával. Az a tanóra viszont a koronavírus-járvány következtében digitális oktatási formában, online zajlott. Szerencsére ez nem gördített akadályt a Geoboard alkalmazás használatá elé, hiszen minden adott a felületen ahhoz, hogy gond nélkül tudják használni a gyerekek online órán is. Ezt az alkalmazás nagy előnyének tartom, hiszen az elmúlt időszakban nagy jelentősége volt a digitális eszközöknek az oktatásban, és az ilyen eszközök nagyban megkönnyítik a pedagógusok munkáját online oktatási forma esetén. A megoldások begyűjtésére akkor a képfarmátumban való megosztást választottam, és a képeket pedig a Google Jamboard nevű alkalmazásában létrehozott fájl keretein belül osztották meg velem és egymással a tanulók. Ezekből a megoldásokból is mutatok egy-két különlegesebbet.



27. ábra: Online órai megoldások a 8. feladatra

3.2. Értékelőlapok kiértékelése

3.2.1. A 6. osztályosok eredményessége

Összesen 21 tanuló vett részt a foglalkozásokon, de mindkét foglalkozáson voltak hiányzók. Mind a négy tesztfeladatot 15 tanuló írta. Az elemzésben csak ezeket a tanulókat veszem alapul.

Először azt vizsgálom, hogy a feladatok eredményessége hogyan függ a tanulók matematikában elért eredményétől. A 21 tanuló félév végi matematika-éremjegyeinek átlaga 3,05. A mindkét foglalkozáson részt vevő 15 tanuló átlaga 3,33.

2. táblázat: Helyesen megoldott feladatok (6. évfolyam)

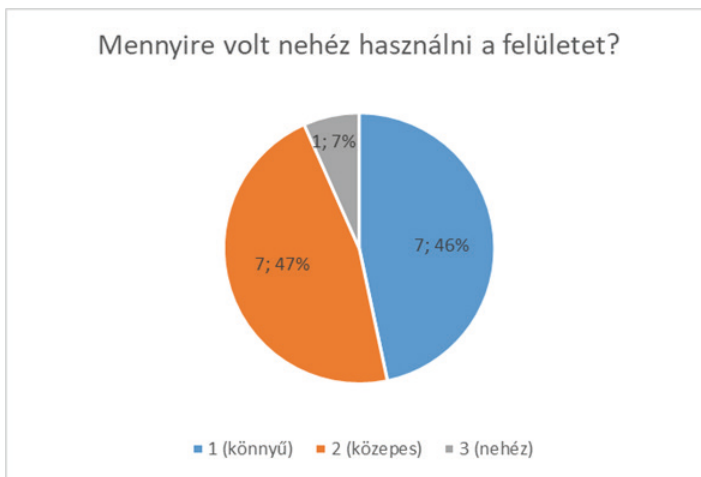
Helyesen megoldott feladatok száma	0	1	2	3	4	Összesen
Átlag alatti tanuló	0	1	3	2	1	7
Átlag feletti tanuló	0	1	0	5	2	8
Összesen	0	2	3	7	3	15

A 2. táblázat a 4. feladat esetében csak a teljes értékű megoldások számát mutatja, ugyanakkor 9 tanuló esetében értékelhető rész megoldás is volt, és ezt a tanulók teljesítményének értékelésekor beszámítottam (fél pont). Így az órákon a minimum elvárást (50% fölötti eredmény) mindössze egyetlen tanuló nem teljesítette, az átlagos teljesítmény pedig 76% volt. Ha a teljesítményt a tanulók matematika-éremjegyével összefüggésben vizsgáljuk, akkor a jobb képességű tanulók teljesítménye az átlagosnál jobb volt a teszteken is (3. táblázat), de a kontingenciatáblázatra a Fisher-egzakt teszt nem mutat ki szignifikáns különbséget ($p = 0,314$).

3. táblázat: Tanulók teljesítménye a teszteken

	Átlag alatti teljesítmény	Átlag fölötti teljesítmény	Összesen
Átlag alatti tanuló	5	2	7
Átlag feletti tanuló	3	5	8
Összesen	8	7	15

Az online felület használhatóságát 7 tanuló minősítette könnyűnek (46,7%), míg 7 tanuló közepesnek és egy nehéznek. (1. diagram) Az eredményességre a felület használhatóságának nem volt kimutatható hatása (4. táblázat, a Fisher-féle teszt eredménye $p = 1$.)



1. diagram: Használhatóság

4. táblázat: Használhatóság

	Átlag alatti teljesítmény	Átlag fölötti teljesítmény	Összesen
Nehéz használhatóság	1	0	1
Közepes használhatóság	3	4	7
Könnyű használhatóság	4	3	7
Összesen	8	7	15

Kilenc tanulónak tetszett a felület (60%), hárman ítélték meg negatívan.

3.2.2. A 8. osztályosok eredményessége

Összesen 31 tanuló vett részt a foglalkozásokon, de mindkét foglalkozáson voltak hiányzók. Mind a négy tesztfeladatot 21 tanuló írta. Az elemzésben csak ezeket a tanulókat veszem alapul.

Először azt vizsgálom, hogy a feladatok eredményessége hogyan függ a tanulók matematikai eredményességétől. A 31 tanuló félév végi matematika-érdemjegyeinek átlaga 3,32. A mindkét foglalkozáson részt vevő 21 tanuló átlaga 3,33.

5. táblázat: Helyesen megoldott feladatok (8. évfolyam)

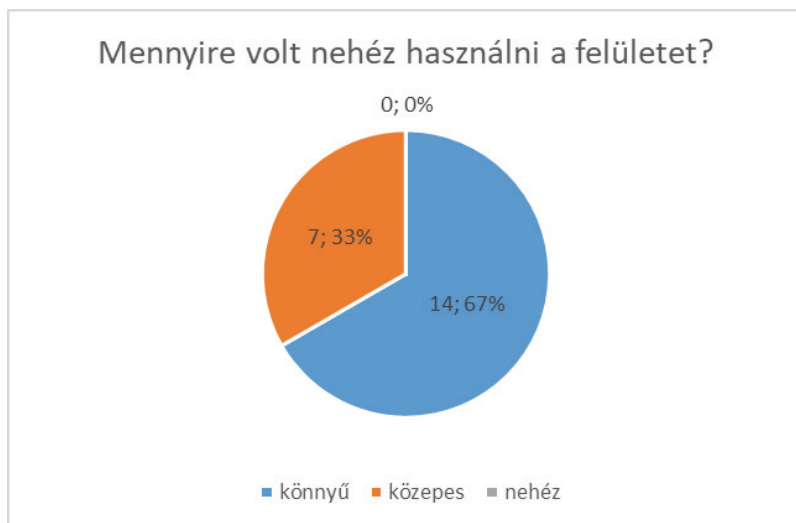
Helyesen megoldott feladatok száma	0	1	2	3	4	Összesen
Átlag alatti tanuló	0	2	1	5	2	10
Átlag feletti tanuló	0	0	1	4	6	11
Összesen	0	2	2	9	8	21

A tesztfeladatok átlagos eredményességi mutatója, azaz a tanulók százalékban kifejezett eredményeinek átlaga 78%. Az órákon a minimum elvárás (50% fölötti eredmény) a tanulók 81%-a teljesítette. Az átlag alatti tanulók közül legtovább három feladattal boldogultak (öt tanuló), míg az átlag feletti tanulók többsége mind a négy feladatot helyesen oldotta meg (5. táblázat). Ez az eredmény a matematikai képességek alapján nem meglepő, ugyanakkor az átlag alatti tanulók teljesítménye is elfogadható. Ha dichotomikus összehasonlítást végzünk, akkor a teljesítmények közötti különbség nem szignifikáns, a Fisher-féle egzakt teszt eredménye $p = 0,18$ (6. táblázat).

6. táblázat: Tanulók teljesítménye a teszteken

	Átlag alatti teljesítmény	Átlag fölötti teljesítmény	Összesen
Átlag alatti tanuló	8	2	10
Átlag feletti tanuló	5	6	11
Összesen	13	8	21

Az online felület használhatóságát 14 tanuló minősítette könnyűnek (66,6%), míg 7 tanuló közepesnek, többségében az átlag alatti teljesítményt nyújtók. (2. diagram) Az eredményességre a felület használhatóságára adott válasz nem volt kimutatható hatással (7. táblázat), a Fisher-féle teszt eredménye $p = 0,17$.



2. diagram: Használhatóság

7. táblázat: Használhatóság

	Átlag alatti teljesítmény	Átlag fölötti teljesítmény	Összesen
Közepes használhatóság	6	1	7
Könnyű használhatóság	7	7	14
Összesen	13	8	21

A tanulók felének tetszett a felület, és senki sem ítélte meg negatívan.

3.2.3. A két osztály teljesítményének összehasonlítása

A nyolcadikosok könnyebben tudták használni a felületet, náluk 66,6% ítélte könnyűnek a használatot, míg a hatodikosoknál ez az érték 46,7% volt. Ezt a különbséget azzal magyarázom, hogy a nyolcadikosok digitális kompetenciája fejlettebb. A feladat megoldása során nemcsak a Geoboard-tábla felületét kellett használni, hanem fájlmegosztást is kellett végezni, ami nehezíthette a hatodikosok egy részének munkáját. Ugyanakkor a feladatok megoldásának eredményességére ez nem volt kimutatható hatással. Ebből a szempontból is jó digitális eszköznek tartom a Geoboardot: a felület kezelése nem igényel különösebb tanulási folyamatot, és nem fedi el a matematikai gondolatokat.

Az óra végi tesztfeladatok megoldásának eredményessége a két osztályban közel azonos volt (78% és 76%). Mindkét osztályban a jobb matematikai osztályzattal rendelkező tanulók eredményesebbek voltak, de a különbség nem volt szignifikáns, és a gyengébb képességű tanulók eredménye is elfogadható volt. Magyarázatként az a feltételezésem, hogy az eszközhasználat segítette a gyengébb képességű tanulókat. Ez utóbbi állítás a szakirodalommal összhangban van.

3.3. A motivációs kérdőív kiértékelése

A kérdőívet 52 tanuló válaszolta meg a Google kérdőívfelületén. A mérőeszköz megbízhatóságát a Cronbach- α értékkel vizsgáltam dimenzióként, a JASP statisztikai programcsomag segítségével (<https://jasp-stats.org/>). Az volt a tapasztalat, hogy az inverz állítások megzavarták a tanulókat, és abban a dimenzióban, ahol a kérdések száma elegendő volt, az inverz kérdést az értékelésből kihagytam (ez az *érdeklődés/öröm* dimenzió). Az *erőfeszítés* és a *nyomás* dimenziókban a mérőeszköz megbízhatatlannak bizonyult a Cronbach- α érték alapján, így itt az értékelést nem végeztem el (8. táblázat).

8. táblázat: Cronbach- α értékek az egyes dimenziókban

Dimenzió	Kérdések száma	Cronbach- α	Cronbach- α az inverz kérdések nélkül
Érdeklődés/öröm	4	0,649	0,709
Érzékelt kompetencia	5	0,844	
Erőfeszítés	3	0,574	
Nyomás	3	0,213	
Érték/hasznosság	3	0,810	

A Likert-skála eredményeinek értékelésekor megadom a leggyakoribb értéket, a mediánt, az „inkább igen” válaszok arányát (4-es és 5-ös választ), és az „inkább nem” válaszok arányát (1-es és 2-es válasz) tekintem mérvadónak. Tájékoztatásul megadom az átlagot és a szórás értékét. (9. táblázat)

9. táblázat: A válaszok kiértékelése

Dimenzió	Módusz	Medián	Inkább igen	Inkább nem	Átlag	Szórás
Érdeklődés/öröm	5	4	75%	3%	4,19	0,93
Érzékelt kompetencia	5	4	66%	5%	3,93	0,92
Érték/hasznosság	4	4	66%	8%	3,86	1,03

Az „inkább nem” válaszok arányából megállapítható, hogy bár megfigyelhető elutasító hozzáállás is, de nem jellemző. A tanulókat érdekli a tevékenység, és a többség magabiztosnak tartja magát benne. Az érték/hasznosság megítélése is a pozitív tartományban van, de a leggyakoribb válasz itt „4” a másik két dimenzióval ellentétben, ahol a leggyakoribb válasz „5”. Ezt azzal magyarázom, hogy a játékos tevékenység mögött a tanulók nem mindig tudják maguk számára megfogalmazni, hogy mit is tanultak a tevékenység végzése közben.

3.4. Önreflexió a tanórákról

A hatodik osztályban nehézkesen indult a Geoboard-projekt, mivel az első órán egyrészt több idő ment el a fegyelmezzéssel, mint szerettem volna, másrészt a felület használatával is meggyűlt a bajuk elsõre. Talán ez nyomta rá a bélyegét az órai feladatok (5. és 6. feladat) megoldására is, hiszen ezeknél fordult elõ a legtöbb hibás megoldás az összes feladatot tekintve. Azt viszont rendkívül pozitívnak tartom, hogy ennek ellenére az ellenõrzõ feladatok jól sikerültek óra végén, valamint a visszajelzések sem voltak rosszak a felülettel kapcsolatban.

A második óra feladatai (7. és 8. feladat) alapján továbbá nagy elõrelépés figyelhetõ meg mind az eszköz használata terén, mind a megoldások sikerességében. Az órai munkájuk is ég és föld volt a két órán. A második órán sokkal aktívabbak és koncentráltabbak voltak, láthatóan lekötötte õket az alkalmazás használata. Ez is mutatja, hogy rövid idõn belül, akár egyik óráról a másikra nagy fejlõdést lehet elérni a Geoboard használatában. Talán ha újratekeshetném, akkor ebben a korosztályban több hangsúlyt fektetnék az alapok elsajátítására, mivel mint már írtam, az õ digitális kompetenciájuk még nem olyan fejlett, mint például a nyolcadikosoké.

A nyolcadik évfolyamon mindkét osztályban gördülékenyen folyt a munka mindkét órán. Az órák hangulata, a megoldások minõsége, illetve a visszajelzések is tükrözik, hogy sikeres volt a munka a felületen, és le is kötötte a figyelmüket. Az alkalmazás használata itt már egy-két tanuló kivételével senkinek nem okozott gondot. Bár az elforgatással kapcsolatos feladatmegoldás nem a törzsanyag része, a helyi tantervhez alkalmazkodva úgy gondoltam, hogy ez egy jó téma a Geoboard használatára. Igyekeztem azért nem túl bonyolult feladatokat választani, és a fokozatosságra is ügyeltem, ami a feladatok nehézségét illeti. Itt nem tennék különbséget sem az órákat tekintve, sem a két osztályt tekintve, mivel minden esetben hasonló, jó teljesítményt nyújtottak a diákok. Még az általában legkevésbé aktív tanulók is részt vettek a munkában és jól is teljesítettek.

Összességében egy jó és hasznos alkalmazásnak tartom a Geoboardot mind jelenléti, mind pedig online oktatási formában. Bár én most csak geometriai feladatok megoldására használtam, a matematika több más területén is jól használható, és ami talán még fontosabb, a legkisebbektõl a legnagyobbakig minden korosztályban használható, persze alkalmazkodni kell az adott korosztály szintjéhez és a digitális kompetenciájuk mértékéhez.

Egyetlen funkciót hiányolok a felületen, amely elsõsorban az online oktatásban lenne nagy elõny, mégpedig azt, hogy az élõ megosztás nem lehetséges, azaz ha lekérem a kódot, akkor azzal a lekérés pillanatában lévõ állapotot fogja mutatni, a további változások nem követhetõk. Nagyszerû lenne, ha mondjuk egy linken vagy kódon keresztül a diákok élõben tudnák követni a tanár vagy osztálytársuk tábláján történõ folyamatokat. Ennek ellenére én biztosan sokat fogom használni a jövõben is, hiszen a négy megtartott órát mindent figyelembe véve sikeresnek tartom, és úgy látom, hogy

a kiindulási pedagógiai probléma megoldását, azaz a gyerekek figyelmének lekötését jól szolgálja az alkalmazás, emellett pedig a tanulási eredmény is pozitív.

ÖSSZEFOGLALÁS

Amikor megismerkedtem a Geoboard alkalmazással, az volt az első gondolatom, hogy miért nem használtam én ezt eddig soha tanulmányaim során. Mint már említettem korábban sem a hagyományos szöges táblával, sem az online verzióval nem találkoztam. Ezúton is köszönöm konzulensemnek, dr. Kovács Zoltán tanár úrnak, hogy bevezetett a Geoboard-világba, amivel egy kiváló eszközt adott a kezembe a tanári munkámhoz.

A Geoboard alkalmazással több területen is fejlődést érhetünk el a gyerekeknél. Egyrészt alternatívája eszközök hiányában a hagyományos szöges táblának, így anélkül végezhető manipulatív tevékenység matematikaórán, hogy különösebb felszereltséggel rendelkezne az intézmény. Bár azért nem árt, ha nagyobb kijelzős digitális eszközök is a rendelkezésre állnak (táblagép vagy számítógép), mivel a telefonoknak nincs elég nagy kijelzőjük ahhoz, hogy egyes feladatokat kényelmesen meg lehessen oldani rajtuk. Emellett a digitális kompetenciát is növelhetjük az alkalmazás használatával, mivel több olyan dolgot is kell végezni a feladatok közben, amelyeket a digitális világ más területein is tudnak alkalmazni később (pl. kód megadása, link lekérése és megosztása, kép mentése vagy másolása stb.).

A kutatási eredményeket a kutatási kérdéseknek megfelelően foglalom össze.

1. Milyen hatással van a Geoboard alkalmazás a matematikatanulás eredményességére? Az óra végi tesztek eredménye alapján megállapítható, hogy a négy feladatból legalább két feladatot a tanulók csaknem 90%-a helyesen megoldott. A megoldások eredményessége és a tanulók érdemjeggyel kifejezett matematikai képessége között szignifikáns kapcsolatot nem találtam. Az eredményt úgy értelmezem, hogy az alkalmazott módszer segítette a tananyag elsajátítását, akár az eszközhasználat ténye, akár a motivációra gyakorolt hatása miatt. A kutatás korlátja, hogy a kísérleti beavatkozásra kevés alkalommal került sor, illetve a tanulói létszám kevés volt a kutatásban az általános következtetések levonásához. Törekedtem azonban arra, hogy az elvégzett kutatást minél pontosabban leírjam.

2. Milyen hatással van a Geoboard alkalmazás a tanulók motivációjára?

A belső motivációs kérdőív eredménye alapján levont következtetésem az, hogy három dimenzióban (érdeklődés/öröm, érzékelt kompetencia, érték/hasznosság) a tanulók inkább kedvezőnek tartották a Geoboard hatását, mint kedvezőtlennek. A nyolcadikos tanulóknak a használattal egyáltalán nem volt problémájuk, míg a hatodikosoknál érzékelhető volt a digitális kompetencia fejletlenebb volta, ugyanakkor a beavatkozás

eredményességét ez nem befolyásolta, csak a tanártól igényelt nagyobb figyelmet. A kutatás korlátja, hogy a belső motivációs kérdőív másik két dimenzióját (erőfeszítés, nyomás) nem tudtam értékelni, mert az adatok nem adtak megbízható következtetést. Itt is megállapítható, hogy a tanulói létszám kevés az általános következtetések levonásához, a megbízhatóbb konklúzió megfogalmazásához további kutatás szükséges.

3. Milyen hatással van a Geoboard alkalmazás a tanulók aktivitására?

A megfigyelés módszerével levont következtetésem az, hogy az aktív tanulás bizonyos elemei a kísérleti órákon megfigyelhetők voltak. A manipulatív tevékenységet a feladatok kítűzése segítette, nem volt olyan tanuló, aki a tevékenységbe nem kapcsolódott be. A kítűzött, több esetben nyitott problémák megoldásához a tanulóknak intellektuális aktivitást kellett mutatniuk. Végezetül, a tanulók együttműködésére csoport vagy pármunkában az órák tervezése miatt nem kínálkozott direkt lehetőség, a spontán megnyilvánulásoktól eltekintve (a tanulók technikailag segítették egymást) ez nem volt megfigyelhető. A kutatás folytatásában az aktív tanulás ezen összetevőjét céltudatosan is érdemes vizsgálni.

A kutatás elvégzése, az eredmények összegzése során megfogalmazódott bennem a tudásmegosztás igénye is. Nagy problémának tartom, hogy sem a Geoboard, sem az ehhez hasonló egyéb alkalmazások nincsenek kellően kihasználva az oktatásban, hiszen nemcsak hasznos, hanem a visszajelzések alapján élvezetes is a diákok számára a használata. Sok esetben szerintem azért nem használják, mert nem is ismerik ezeket a lehetőségeket a pedagógusok. Jómagam elhatároztam, hogy lehetőségeimhez mérten terjeszteni fogom a jógyakorlatot, és segítek megismerkedni leendő kollégáimnak ezzel a remek lehetőséggel, mert fontosnak tartom, hogy haladjunk a korrallal, és a lehetőségekhez képest minőségi oktatást biztosítsunk a tanítványainknak. Gyakorlati helyemen például már történtek is egyeztetések ez ügyben, mivel a témám kapcsán a matematika szakos kollégák megkértek, hogy mutassam be nekik az eszközt, amit nagy örömmel el is vállaltam.

Ajánlom tehát minden pedagógusnak, diáknak és minden matematika iránt érdeklődőnek, hogy próbálja ki ezt a nagyszerű alkalmazást, hiszen nagyon sok lehetőség rejlik benne. Geoboardra fel!

IRODALOMJEGYZÉK

- Seltzer, C. (2012). *Working with the geoboard*. Rowley: Didax.
- Lengyelne Molnár, T., & Tóvári, J. (2001). *Kutatásmódszertan*. Eger: Nemzeti alaptanterv. (2020).
- Cser, A. (1973). A komplex matematikatanítási kísérlet. *Pedagógiai Szemle*, 387–398.
- Chira, C. (2020). A digitális kompetencia keretrendszerei és a pedagógusok digitális kompetenciája. In T. Lengyelne Molnár, *A kultúraváltás hatása az egyéni kompetenciákra: a digitális kompetencia modelljei* (old.: 38–57.). Eger: Líceum Kiadó. doi:10.46403/Akulturavaltashatasaegeyeni.2020.38
- Dienes, Z. (1961). Az absztrakcióról és az általánosításról. *Magyar Pszichológiai Szemle* 18., 328–339.
- Török, T. (dátum nélk.). *Eszközhasználat I. A szöges és a lyukas tábla*. Budapest: Calibra Kiadó.
- Anthony, G. (1996). Active Learning in a Constructivist Framework. *Educational Studies in Mathematics*, 4, 349–369. doi:10.1007/BF00369153
- Balácsi, I., Ostorics, L., Szepesi, I., Szalay, B., & Vadász, C. (2013). *PISA 2012 Összefoglaló jelentés*. Oktatási Hivatal.
- Bernáth, L. (2004). Tanulás és emlékezés. In K. N. Kollár, & É. Szabó, *Pszichológia pedagógusoknak*. Budapest: Osiris Kiadó.
- Fodor, I., & Soós, E. (2007). A matematikaoktatásban alkalmazott manipulatív tevékenység néhány formája. *Módszertani közlemények* 47 No.2, 76–83.
- Klein, S. (1980). *A komplex matematikatanítási módszer pszichológiai hatásvizsgálata*. Budapest: Akadémiai Kiadó.
- Matematika 8. Újgenerációs tankönyv*. (2017.). Oktatókutatató és Fejlesztő Intézet.
- Middleton, J. A. (1995). A Study of Intrinsic Motivation in the Mathematics Classroom: A Personal Constructs Approach. *Journal for Research in Mathematics Education*, 254–279. doi:10.2307/749130
- Piaget, J. (1953). The Child's Conception of Number. *British Journal of Educational Studies*, 183–184. doi:10.2307/3118763
- Pólya, G. (1968). *A problémamegoldás iskolája II*. Budapest: Tankönyvkiadó Vállalat.
- Ryan, R. M., & Deci, E. L. (2000). Self-Determination Theory and the. *American Psychologist*, 68–78. doi:10.1007/s00426-013-0524-6
- Varga, T. (1966). Komplex módszer a 6 éves kortól kezdődő matematika tanításában. In S. Nagy, *Korszerű módszerek és eszközök az iskolareform szolgálatában* (old.: 83–101). Budapest: Tankönyvkiadó.
- Walter, J. G., & Hart, J. (2009). Understanding the complexities of student motivations in mathematics learning. *The Journal of Mathematical Behavior*. doi:10.1016/j.jmathb.2009.07.001