A MATEMATIKA TUDOMÁNY FŐBB KUTATÁSI ÉS ALKALMAZÁSI TERÜLETEI

Juhász Tibor

Van egy teniszbajnokság, melyen 2024 versenyző indul. A versenyzőket sorsolással párosítják, a párok játszanak egymás ellen, továbbjut a győztes, kiesik a vesztes. A továbbjutókat újra párosítják, és ez így megy mindaddig, amíg meg nem lesz a tornagyőztes. Ha egy párosítás során valaki pár nélkül marad, az automatikusan továbbjut. *Hány mérkőzés után lesz vége a bajnokságnak?*

Tulajdonképpen mi is a matematika?

Akinek van kedve, álljon meg itt egy pillanatra, és adja meg saját válaszait e kérdésekre.

A másodikkal kezdve: nem vitás, hogy a matematika az emberiséggel szinte egyidős tudomány, amelyhez egy olyan tantárgy is kapcsolódik, amely általános iskola első osztályától egészen az érettségiig mindenkit elkísér. Ennek köszönhetően mindenkiben kialakul róla valamilyen elképzelés, melyhez néha ilyen vagy olyan érzelmi viszony is társul. Sokakban végül az marad meg, hogy a matematika főként a számokkal foglalkozik, még akkor is, ha matematikai tanulmányai közben az első „sokkhatást” éppen a betűk, vagy a geometriai alakzatok megjelenése okozta. És hogy a matematika nagy részét már az ókori görögök is ismerték. Egyik, a bölcsészet- és társadalomtudományok világában azóta is sikeresen mozgó egyetemista társam azt gondolta egykoron, hogy mi, matematika szakos egyetemi hallgatók nem csinálhatunk mást, minthogy megoldjuk a középiskolai összefoglaló példatárakból azokat a feladatokat, melyeket a középiskolában átugrottunk mondván, hogy nehezek.

A matematika a tudományos gondolkodás módszertanának alapja, mérnöki munkák nélkülözhetetlen eszköze, ezáltal – még ha nem is vesszük mindig észre – hatással van a mindennapi életünkre. Amikor számítógépet vagy mobiltelefont használunk, bankkártyával fizetünk, zenét hallgatunk, akár CD-ről, akár valamilyen zenei streaming szolgáltatás igénybevételével, a hátterében megbújva ugyan, de annál erősebben vannak jelen különböző algebrai kódoláselméleti és egyéb matematikai módszerek.

Hogy *mi a matematika*, magával a matematikával egyidős filozófiai kérdés, örök vita tárgya. Számos lehetséges, olykor egymásnak ellentmondó válasz van rá, kezdve a klasszikus vélekedésekkel (platonizmus kontra empirizmus, logicizmus, formalizmus, intuicionizmus, strukturalizmus stb.) olyan, néha igen merész, kortárs megközelítésekig, minthogy a matematika metaforák bonyolult hálózata, vagy hogy tulajdonképpen pletyka, vagy éppen egy szociális konstrukció. Nem szolgáltatunk most ezek között sem igazságot, sem eligazodást, hanem inkább afelől közelítünk, hogy *egy matematikus valójában mit is csinál*.

Általános- és középiskolában a matematikaórákon valamilyen elméleti anyag elsajátítása, majd ahhoz kapcsolódó feladatok megoldása történik. Leegyszerűsítve a helyzetet, tulajdonképpen a matematikus kutatómunkája során ugyanúgy feladatokat old meg, de ezen feladatok a tanulmányaink során megszokottaktól merőben eltérnek.

Az iskolai feladatok nehézségi szintje széles skálán mozog: a „kézügyességgel" megoldható rutinfeladatoktól kezdve az emelt szintű érettségi feladatokon át a rangos versenyeken kitűzött feladatokig mindenfélével találkozhatunk. Bármelyikről is legyen szó, ezeket a feladatokat előttünk már legalább egyvalaki megoldotta, és – bízva a feladat kitűzőjének jóindulatában feltételezhetjük, hogy a megoldás megkapható a tőlünk elvárható ismeretanyag birtokában. Oldjuk meg a valós számok halmazán a

$$3 + \log_2(x - 2) = \log_2(2x + 8)$$

egyenletet! Ez az emelt szintű érettségi feladat egy általános iskolás tanuló számára biztosan félelmetes (mondhatjuk: „kínai"). Az érettségizők viszont már tudják mi az, hogy logaritmus, és hogy egyenlet, így mindenki el kell jusson legalább a feladat megértéséig. Mivel a megoldás a logaritmusfüggvény tanult tulajdonságainak alkalmazásával zökkenőmentesen megkapható, ezt egy könnyebb feladatnak tekintjük. Nehéz akkor lenne, ha a megoldás csak további észrevételek, ötletek árán menne. A matematikai kutatásban válaszra váró kérdések is ilyenek: megértésükhöz mindenekelőtt meg kell ismernünk a kapcsolódó elméleti hátteret: fogalmakat és az azok közötti összefüggéseket. Ez amennyiben túlmutat a már korábban elsajátított ismeretanyagon, önálló tanulást jelent. Miután ez megvan, az első ránézésre félelmetes feladat akár meg is szelídülhet: elképzelhető, hogy az elmélet alapvető összefüggései a megoldáshoz könnyedén elvezetnek. Ennél persze gyakoribb, amikor a sikerhez jó ötletek is kellenek, de sajnos az is előfordulhat, hogy a probléma ellenáll mindenféle támadási kísérletnek. Sosem tudhatom, hogy valóban képes vagyok-e a probléma legyőzésére, vagy hogy a tudomány jelenlegi állásában egyáltalán bárki más képes-e. Összegezve tehát a matematikus olyan feladatok, vagy mondjuk inkább úgy, hogy problémák megoldására vállalkozik, melynek megoldása az adott pillanatban még senki számára sem ismert, ráadásul úgy, hogy a feladat nehézségi szintje sem mindig mérhető fel könnyen. (Egy ezüstérmes matematikai olimpikonunk éppen a kutatói pálya ezen „kockázatos" volta miatt nyergelt át matematikatanári hivatásra.)

A nagy Fermat-sejtés története is tanulságos lehet. A sejtés arról szól, hogy ha x, y pozitív egész számok, és $n > 2$ szintén egész, akkor x és y n-edik hatványainak összege soha nem lehet egy z pozitív egész szám n-edik hatványa, vagyis az $x^n + y^n = z^n$ egyenletnek a fenti feltételek mellett, nincs megoldása. Pierre de Fermat 1637-ben vetette papírra e gondolatát, ahol azt állította, hogy ezt bizonyítani is tudja, a bizonyítást azonban terjedelmi okokra hivatkozva ezen írásában „elhallgatta”, és a későbbiekben sem közölte. A sejtés bizonyítása tehát feladat maradt. A feladat megértéséhez általános iskolai ismeretek bőven elegendőek, akár egy hetedikes tanuló is elkezdhet tesztelgetni: például, ha $x = 1$, $y = 2$, és mondjuk $n = 3$ akkor láthatja, hogy $1^3 + 2^3 = 9$ valóban nem köbszám. Bármennyire is kitartóan tesztelünk, az, hogy nem találunk ellenpéldát, sajnos még nem jelenti azt, hogy az állítás igaz, hiszen x, y és n megválasztására is végtelen sok lehetőség van, ha jó sokáig élünk sem tudjuk számításba venni mindegyiket. Hiába könnyen érthető e feladat, 358 éven át mégis megoldatlan maradt (az érdeklődők Simon Singh[1] könyvében olvashatnak arról, hogy mi történt a sejtéssel ezen hosszú idő alatt). A végső megoldás Andrew Wiles[2] nevéhez kötődik, amely egy, a bejelentést követően fellelt hiba elhárítása után 1995-ben, Richard Taylor[3] közreműködésével vált teljessé. A megoldáshoz az út a moduláris elliptikus görbéken keresztül vezetett, ami egy olyan témakör, melyet Fermat még nem ismerhetett. Fermat sejtésének igazolása tehát egy könnyen érthető feladat, különösen nehéz megoldással. Egy igazán kivételes kutatói teljesítmény. Fontos megjegyezni azonban, hogy a matematika fejlődéséhez ennél jóval kisebb kaliberű problémák megoldása is értékes hozzájárulás lehet.

De vajon honnan jönnek ezek a feladatok? Az alkalmazott és az elméleti matematika valahol itt válik ketté. Az alkalmazott matematikus elsősorban a műszaki- és természettudományokban, az informatikában, iparban és gazdaságban, egészségügyben, vagy általában a körülöttünk lévő világban felmerülő problémákra koncentrál. Miután megismeri problémát, először „kibányássza” belőle a matematikát, a megoldásra módszereket alkalmaz, vagy fejleszt, ha kell. Az elméleti matematikus ezzel szemben a matematika „belső” fejlődését szolgálja, kutatásait többnyire kíváncsisága vezérli, vagy más matematikus, vagy önmaga által felvetett, de vélhetően mások (más matematikusok) érdeklődésére is számot tartó problémákon dolgozik, melynek megoldásával a matematikai tudásanyagot gyarapítja, a sikerért pedig természetesen a munkabér mellett, a felfedezés öröme a legfőbb fizetség. Eredményeinek általában nincs közvetlen gyakorlati alkalmazása, azonban számtalan példa van olyan, a születésekor „haszontalannak” tűnő eredményre, mely évtizedekkel vagy évszázadokkal később kulcsszerepet játszott valamilyen fontos technikai fejlesztésben. Stanislaw Lem[4] szerint ez a munka „őrültség, amelynek módszere van”. Lem a matematikust egy őrült szabóhoz hasonlítja, aki megvarr minden elképzelhető ruhát úgy, hogy az emberekről, a madarakról,

---

[1] Simon Singh: A nagy Fermat-sejtés, Park Könyvkiadó, Budapest, 2016.

[2] Andrew Wiles: Modular elliptic curves and Fermat’s Last Theorem, Annals of Mathematics, vol. 141, no. 3, 1995, pp. 443–551. https://doi.org/10.2307/2118559

[3] Taylor, Richard, and Andrew Wiles: Ring-Theoretic Properties of Certain Hecke Algebras, Annals of Mathematics, vol. 141, no. 3, 1995, pp. 553–572. https://doi.org/10.2307/2118560

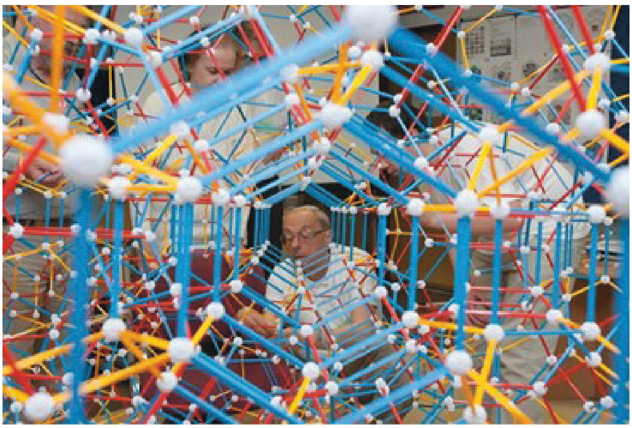
[4] Stanislaw Lem: Summa Technologiae, Tudomány ,Civilizáció, Jövő, Kossuth Könyvkiadó, Budapest, 1972.

a növényekről nem tud semmit, a világ nem érdekli, nem tanulmányozza azt. Csak ruhákat varr, nem tudja kinek, nem is gondol erre. A szabó csupán egyvalamivel törődik: következetes igyekszik lenni. Valahányszor egy új ruha varrásába kezd, meghatározott feltételezésekből indul ki, pontosan a meghatározott alapelvhez tartja magát, és arra törekszik, hogy ne jöjjön létre ellentmondás. Ennek köszönhetően, amiket összevarr, azok akárhogyan is, de ruhák, nem pedig vaktában összevarrt szövetdarabok. A kész ruhákat, melyek némelyike egy polipra illik, némelyeket növényekre lehetne ráhúzni, a többség viszont senkire-semmire nem lenne jó, beviszi egy raktárba. Lem szerint a matematikus pontosan ezt csinálja: struktúrákat teremt, de nem tudni kinek, modelleket épít, de nem tudja minek a modelljét alkotta meg. A fizikusok, mérnökök, de ma már inkább az alkalmazott matematikusok időnként átfésülik ezt a „ruharaktárat". Példaként Lem a mátrixszámítást hozza, amely „üres struktúra" volt mindaddig, amíg Heisenberg fel nem fedezte a világnak azt a szegletét (kvantummechanika), melyre ez az addig üres konstrukció pontosan ráillett. És ha a kvantummechanikában a mátrixszámítást felváltja egy másik, jobb prognóziskészítést lehetővé tevő számítási mód, akkor a kvantummechanikát tekintjük majd elavultnak: a mátrixszámítás nem avul el. A mátrixszámítás kezdeti „üressége" halhatatlanságát jelenti.

Hogy mi a jó ebben, miért is csináljuk mindezt? Erre adnak választ Székelyhidi László gondolatai[5]. „Természetesen meg lehet próbálkozni azzal, hogy elmondom, mennyire fontos a matematika az informatikában, a fizikában és egyéb területeken, de ha őszinte vagyok magamhoz, akkor be kell ismernem, hogy az én napi kutatásaimnak semmi köze informatikához, fizikához, egyebekhez. Azt szokták mondani, hogy „majd egyszer, valamikor alkalmazni fogják...". Ez, persze, ugyancsak mellébeszélés: bizony, elég csekély motivációt jelentene számomra az a halvány remény, hogy amin most gondolkodom, amit most szeretnék bebizonyítani, az talán, majd egyszer, valamikor valakinek a hasznára lesz. Legjobb az őszinte beismerés: a matematikát egyszerűen önmagáért szeretem. Én absztrakt matematikai fogalmak közti kapcsolatokat szeretnék megérteni és leírni. Olyan fogalmak közti kapcsolatokat, amelyeket más matematikusok is érdekesnek és fontosnak tartanak, akik ugyancsak kíváncsiak ezekre a kapcsolatokra, sőt, erőfeszítéseket is tesznek, hogy ezeket feltárják. Ám be kell vallanom, hogy munkámat nem csupán a matematika szeretete vezérli. Valójában az okozza nekem a legnagyobb örömöt, az inspirálja leginkább munkámat, az hajt újabb és újabb küzdelmes vergődéseken, éjszakákon át nem szűnő nyugtalan hánykolódásokon, újabb és újabb kudarcokon át, hogy én legyek az első, aki rátalál a válaszra! Igen, ez ugyanaz a hajtóerő, ami a szobrászt, a festőt, a zeneszerzőt űzi-hajtja: a legszebbet, a legjobbat nyújtani, amit más nem tud felülmúlni! Az külön szerencse, ha valamilyen matematikamentes

[5] http://szekelyhidilaszlo.webzenit.hu/prof-dr-szekelyhidi-laszlo/ (Utolsó megtekintés: 2024. 08. 28.)

haszna is van az alkotásomnak, de ez nem meghatározó indíték: nekem az épp elég, ha gyönyörködtet. Persze, tudom, hogy a matematika által okozott gyönyör-érzést sokkal kevesebben élhetik át, mint a különböző művészeti ágak nyújtotta esztétikai élményt. Ám ezt egy alkotó matematikus nem mérlegeli: óriási örömöt okoz számára, ha van legalább egy kisebb csoport, vagy csupán egyetlen szellemi társ, akivel megoszthatja, amire rátalált, s akinek ez valóban, érdek nélkül tetszik. A matematika tehát művészet, a mély matematikai eredmények komoly esztétikai élményt képesek nyújtani, s ez biztosítja azt az ,,üzemanyagot", ami a kutatás korlátlan folytatásához szükséges, s amit semmilyen anyagi eszköz nem helyettesíthet. Aki ebbe belekóstol, annak ezt nem kell sokáig magyarázni, hisz szavak nélkül is érteni fogja. Aki pedig elmerül benne, az örökre önkéntes foglyává válik."



A matematika nem igazán sorolható be sem a természettudományok, sem a humán- és társadalomtudományok közé. A Magyar Tudományos Akadémia Tudományági Nómenklatúrája[6] a matematikát külön „kategóriaként" említi, és azon belül 15 területet nevez meg (ezek mindegyike persze további részterületekre osztható). A területekhez adunk egy, ezen tanulmány lehetőségeihez igazított, rövid leírást is, ahol a precizitás helyett inkább a középiskolából megismert kifejezések használatára próbálunk koncentrálni.

1. *Halmazelmélet és matematikai logika*: E kettő együtt olyan elmélet, amely a matematika egészének alapvető szemléletét és keretét biztosítja. A halmazelmélet halmazokhoz köthető kérdéseket (halmazműveletek, számosság stb.) tárgyal, a matematikai logika pedig alapvetően a matematikai fogalmak, kijelentések és bizonyítások formális vizsgálatával foglalkozik.

[6] https://mta.hu/doktori-tanacs/tudomanyagi-nomenklatura-106809 (Utolsó megtekintés: 2024. 08. 28.)

2. *Algebra és algebrai geometria*: Az algebrát régen betűszámtannak is nevezték. Műveletekkel és azok tulajdonságaival foglalkozik, a műveleteket azonban már nem feltétlenül számokkal végezzük. Eredendően az algebrai egyenletek (másod-, harmad- és magasabb fokú egyenletek) megoldhatóságának problémaköre is ide tartozik. Az algebrai geometria pedig geometriai alakzatokat (például görbéket, felületeket) vizsgál algebrai módszerekkel.
3. *Számelmélet*: A már említett Fermat-sejtés a számelmélet egy klasszikus problémája (volt). A számelmélet eredetileg a természetes számok tulajdonságaival, kiemelten az oszthatósággal és annak következményeivel foglalkozik. Ezek a vizsgálatok más, már nem feltétlenül számokat tartalmazó halmazokra is kiterjednek.
4. *Geometria, differenciálgeometria és Lie-csoportok*: A mértanként is ismert geometria tárgya a térbeli összefüggések feltárása és leírása. A differenciálgeometria a differenciálszámítás, az integrálszámítás és a lineáris algebra módszereinek segítségével tanulmányozza a geometriai problémákat. A Lie-csoportok elmélete a szimmetriák és fizikai kérdések vizsgálatában bír fontos jelentőséggel.
5. *Topológia*: Ma már önálló terület, melyet régen az analízis részeként, valamint az analízis és a geometria határterületeként tekintettek. Leegyszerűsítve, szakítás, lyukasztás stb. nélküli alakzatok nyújtások, csavarások stb. közben is megmaradó tulajdonságaival foglalkozik.
6. *Analízis és funkcionálanalízis*: Az analízis, más néven függvénytan függvények tulajdonságainak feltárásával foglalkozik, ideértve sorozatok konvergenciáját, határértékét, folytonosságát és egyéb tulajdonságokat. A funkcionálanalízis olyan függvényeket vizsgál, melyek értelmezési tartományának elemei maguk is függvények.
7. *Dinamikai rendszerek és matematikai fizika*: A dinamikai rendszerek elmélete egy időben változó rendszer állapotaival foglalkozik. Dinamikai rendszernek tekinthető például helyek és sebességek, kémiai koncentrációk, vagy egy populációlétszám matematikai leírása.
8. *Differenciálegyenletek*: Ezen témakör fejlődésének hajtóereje az alkalmazások felől érkezett kihívásokban rejlik. Differenciálegyenleten olyan egyenletet értünk, melyben egy differenciálható függvény az ismeretlen, és az egyenlet a függvény és annak deriváltja között teremt kapcsolatot.
9. *Valószínűségelmélet és matematikai statisztika*: A valószínűségszámítás tárgya olyan jelenségek, illetve kísérletek matematikai modellezése, melyek sokszor megismétlődhetnek és véletlennek tekinthető a kimenetelük (ilyenek például a kockadobás de akár a radioaktív bomlás is). A matematikai statisztika feladata mérési eredmények, megfigyelések elemzése, hiányzó információk tapasztalati úton történő meghatározása, feltételezések (hipotézisek) elfogadása vagy elvetése, véletlen folyamatok előrejelzése.

10. *Kombinatorika*: A kombinatorika véges sok elem valamilyen szabály alapján történő csoportosításával, kiválasztásával, sorrendbe rakásával, valamint különféle lehetőségek összeszámlálásával foglalkozik.
11. *Számítástudomány és numerikus matematika*: A számítástudomány témaköre a számítógépek tervezésének és működtetésének matematikai alapjai köré csoportosul. A numerikus matematika célja matematikai problémákhoz olyan megoldási eljárások létrehozása, amelyek a csak nagy nehézségek árán (vagy még úgy sem) meghatározható egzakt megoldás helyett egy elfogadható hibahatáron belüli közelítő megoldás megtalálását biztosítják.
12. *Információ- és kommunikációelmélet*: Az információ keletkezésével, struktúrájával, kezelésével, tárolásával, elérésével és továbbításával foglalkozik.
13. *Operációkutatás, rendszer- és irányításelmélet*: Az operációkutatás tárgya optimális döntések előkészítése matematikai módszerekkel. A rendszerelmélet adott rendszerek tulajdonságait írja le és jellemzi, egységes, saját fogalomrendszerre építve. Az irányításelmélet komplex rendszerek elemzéséhez és tervezéséhez biztosítja az elméleti alapokat és a módszertant.
14. *A matematika alkalmazásai más tudományokban:* A matematika önálló tudomány, azonban más tudományokban, mint például fizika, kémia, biológia, informatika, társadalomtudományok is jelen van.
15. *A matematika története és szakmódszertana*: A matematika története a matematika tudomány kialakulását, változását kutatja. A matematika szakmódszertana a matematika tanításának, tanulásának módszereivel foglalkozik.

Ezek a témakörök valamilyen szinten átfedésben vannak, például az analízisben is alkalmaznak algebrai módszereket. Mindegyik területen hatalmas a már felhalmozott tudásanyag, de ettől még hemzsegnek a válaszra váró, nyitott kérdések. Általában az jellemző, hogy egy matematikus ezen témakörök valamelyikére specializálódik, de még egy témakör egészét átlátni is szinte lehetetlen. Az igazán nagy kihívást jelentő problémák megoldása viszont sok esetben több témakör összekapcsolási lehetőségének észrevételét igényli: a Fermat-sejtés megoldásában is egy döntő lépés az alapkérdés átfogalmazása az elliptikus egyenletek nyelvére.

Mi történik a felfedezésekkel? Évszázadokkal ezelőtt még gyakori volt, hogy a tudósok féltve őrzött kincseikként titokban tartották felfedezéseiket. Ez még most is előfordulhat, mondjuk amikor egy alkalmazott matematikus eredménye valamilyen üzleti előnyhöz vezet. A tudományos világban viszont egy eredmény akkor válik „hivatalossá", ha felfedezője közzé teszi azt. Ennek tipikus módja, hogy az eredmény egy tanulmány (cikk) formájában megjelenik valamilyen matematikai folyóiratban. Ezen folyóiratok összességében gyűlik tehát a jelenkor matematikai tudása. Egy „minőségi" folyóirattal szemben alapvető elvárás, hogy a cikkek megjelenésük előtt egy ellenőrzési folyamaton esnek át, melynek keretében egy vagy több anonim bíráló formál véleményt a közölni kívánt eredmény újszerűségéről, színvonaláról és helyességéről. A még további minőségi követelményeknek is eleget tevő folyóiratokat nyilvántartó Scimago Journal Ranking[7] e mű írásának pillanatában 1756 matematikai folyóiratot ismer. Ezek mindegyikének legalább évente, van olyan, melynek havonta jelenik meg egy-egy kötete, és egy kötet 5-30 cikket tartalmaz. Ezen számok alapján könnyű elképzelni, hogy milyen ütemben bővül mostanában a matematikai ismeretanyag (vö. a matematika nagy részét már a görögök is tudták). A cikkek hivatkoznak egymásra, például amikor az egyik egy másikban felvetett kérdést vizsgál, vagy egy másikban található eredményt használ fel vagy fejleszt tovább. Ily módon a matematika egy „társasjáték", ahol a „játékosok" közül, aki tud, az „lép", és erre a többiek is megpróbálnak reagálni. A „lépések" mindenki számára ismert, szigorú szabályok szerint történnek. A játékosok személyes találkozására biztosítanak lehetőséget a világszerte megrendezett tudományos konferenciák. Ezek a matematika szerteágazó volta miatt, többnyire egy szűkebb téma köré szerveződnek. A résztvevők előadás formájában mutatják be eredményeiket, minden előadást rövid vita követ.

Hol dolgoznak a matematikusok? Aki elvégez egy matematika vagy matematikatanári szakot, megtanul absztrakt fogalmakkal bánni, összefüggéseket felfedezni, következtetéseket levonni, gondolatokat könyörtelen precizitással és körültekintéssel kifejezni. Emiatt bárhol helyt állhat, ahol kreatív gondolkodásra, jó problémamegoldó készségre, komplex rendszerek átlátására, vagy éppen folyamatok optimalizálásra, előrejelzésére van szükség. Az alkalmazott matematikusok tipikusan a banki, biztosítási, valamint a pénzügyi szektorban, vagy valamilyen informatikai területen helyezkednek el. Az elméleti matematikusok inkább kutatóintézetekben vagy felsőoktatási intézményekben dolgozhatnak attól függően, hogy a kutatás mellett oktatási feladatokat is vállalnak-e vagy sem. Magyarországon egyetlen matematikai kutatóintézet működik, a Rényi Alfréd Matematikai Kutatóintézet[8] jelenleg a Magyar Kutatási Hálózat (HUN-REN) kereteiben.

Kik alkalmasak erre a szakmára? Csak abból lehet (sikeres) matematikus, aki már gyermekkorában sorra nyeri a matematikaversenyeket? A hagyományos matematikaversenyek zömén adott idő alatt kell a kitűzött feladok közül a lehető legtöbbet megoldani. Itt általában azok szerepelnek sikeresen, akik gondolkodása gyors, a verseny ideje alatt végig tudnak koncentrálni (nem fáradnak el), és egy-egy feladat megoldása után figyelmüket gyorsan át tudják terelni a következő, esetleg teljesen más jellegű feladatra. Ezzel szemben például a KöMaL pontversenyen a kitűzött feladatok megoldására és

[7] https://www.scimagojr.com/journalrank.php?area=2600 (Utolsó megtekintés: 2024. 08. 28.)
[8] https://www.renyi.hu/hu (Utolsó megtekintés: 2024. 08. 28.)

beküldésére egy egész hónap áll rendelkezésre, így ott azok a tanulók is az élvonalba kerülhetnek, akik kicsit lassabban reagálnak, vagy éppen csak késő este hatékonyak, de cserébe képesek ugyanazon a problémán akár hetekig gondolkozni. A matematika kutatásában minden említett képesség jól jöhet, de talán az utóbbiak érvényesülnek jobban. A tapasztalat azt mutatja, hogy nem feltétlen az eredményes versenyzőkből lesznek a legsikeresebb kutatók. Ifj. Szántay Csaba a Milyen a „jó kutató"? – a modern gyógyszeripar elvárásainak nézőpontjából[9] című kétrészes tanulmányában részletesen ír azokról a (nem feltétlenül szakmai) kompetenciákról, melyek szükségesek ahhoz, hogy valaki „jó kutatónak" minősüljön gyógyszeripari környezetben. Ilyenek például a kíváncsiság, küldetéstudat, az akcióba lépés/döntés/elköteleződés képessége, kockázatvállalás, (racionalizált) hit, töretlen optimizmus, kudarc- és stressztűrés, kreativitás stb. Ezek megléte vitathatatlan előny, nemcsak vegyészeknek gyógyszeripari környezetben, hanem alkalmazott és elméleti matematikusoknak is, akár kiélezett piaci versenyben, akár békésebb körülmények között. Ifj. Szántay Csaba egy ugyanezen témát körbejáró előadásában[10] jelenik meg az alábbi, David Darlingtól származó idézet:

„*A valóság az, hogy mindannyian született matematikusok vagyunk, akár tudatában vagyunk ennek, akár nem. Sok-sok éve tanítok matematikát, de még nem találkoztam olyannal, aki ne vált volna jóvá benne, amikor kezdett önmagában hinni.*"

Visszatérve a tenisztornára, az első fordulóban 2024:2=1012 pár mérkőzik, azaz 1012 meccs lesz és nyilván ugyanennyi továbbjutó. A következőben 1012:2=506, majd 506:2=253, utána 253:2=126,5, ami 126 mérkőzést és 127 továbbjutót jelent. És így tovább, innen már látszik, hogy a megoldást megtalálni ugyan fárasztó, de nem lehetetlen. „A matematika nem számtan", mondta Daróczy Zoltán professzor úr ezen a ponton 2006. 11. 21-én, az akkori Eszterházy Károly Főiskolán, amikor a Matematika, sakk, politika, matematika című előadását ugyanezen példával foglalta keretbe[11]. Ha egy kicsit gondolkozunk, észrevehetjük, hogy pontosan annyi meccs lesz, mint ahány vesztes. Valóban, mindegyik meccs „elnevezhető" a veszteséről, mivel mindegyiknek van vesztese (vagyis minden meccsnek lesz „neve"), és minden vesztes csak egy meccsen veszít (minden vesztes csak egy meccshez fogja „adni a nevét"). A veszteseket pedig könnyű megszámolni, hiszen végül minden résztvevő vesztes, az egyetlen tornagyőztes kivételével. Ráadásul, ebben a megoldásban a 2024-es számnak már nincs jelentősége: lényegében azt igazoltunk, hogy n résztvevő esetén (n pozitív egész) a szükséges meccsek száma n - 1. Így lesz a matematika általános és időtlen.

[9] Ifj. Szántay Csaba: Milyen a „jó kutató"? - a modern gyógyszeripar elvárásainak nézőpontjából. 1. rész, Magyar Kémikusok Lapja 71. évf. 9. sz. 266-276.
Ifj. Szántay Csaba: Milyen a „jó kutató"? - a modern gyógyszeripar elvárásainak nézőpontjából. 2. rész, Magyar Kémikusok Lapja 71. évf. 10. sz. 301-311.
[10] https://youtu.be/gdviPOb_A_E?si=eNemmMLWiKby507a (Utolsó megtekintés: 2024. 08. 28.)
[11] https://youtu.be/VpijStzXQAI?si=vRjQc8m9j4jcXKRs (Utolsó megtekintés: 2024. 08. 28.)