

Oláhné Téglási Ilona

Eszterházy Károly Főiskola, Eger

olahneti@ektf.hu

VIZUÁLIS MATEMATIKA NEMZETKÖZI EGYÜTTMŰKÖDÉSSEN

A projektről

2012 őszén komoly fejlesztő munkához kezdtünk az Eszterházy Károly Főiskolán az „530394-TEMPUS-1-2012-1-HU-TEMPUS-JPHES számú pályázat: **Szemléletesség és matematika: élményközpontú matematikaoktatás a művészeteken, tudományokon és játékos tevékenységeken keresztül**” keretében 7 konzorciumi partnerrel együtt. Célunk a matematikaoktatás olyan újszerű, motiváló megközelítésének a terjesztése, amely a képzőművészetek segítségével kívánja megszerettetni a gyerekekkel a matematikát, és tevékenység alapú módszerek alkalmazásával megvalósítani a matematikai képességfejlesztést. A konzorciumi partnerek:

- University of Jyväskylä, Finnország
- Sint-Lucas School of Architecture, Belgium
- University of Applied Arts Vienna, Ausztria
- Eszterházy Károly Főiskola, Magyarország
- ICT College of Vocational Studies, Szerbia
- University of Novi Sad, Szerbia
- Belgrad Metropolitan University, Szerbia
- Mathematical Institute of the Serbian Academy of Sciences and Arts, Szerbia

A projekt fő célkitűzései a szerb matematikaoktatás és matematika tanárképzés fejlesztése a 4 Európai Unió országbeli partner segítségével, valamint a szerb felsőoktatásban a matematikatanítás módszertanának fejlesztése; leendő és gyakorló szerbiai matematikatanárok számára vizuális matematika témakörben kurzusok szervezése; IKT eszközfejlesztés a szerb partner intézményeknél; a matematikatanítás módszertanával foglalkozó anyagok és weblap fejlesztése Szerbia számára. A projekt fő nyelve az angol, de bizonyos anyagok szerb nyelven is hozzáférhetők. A projekttel kapcsolatos információk, tevékenységek és fejlesztések bemutatására főiskolánk egy honlapot hozott létre (készítők: Juhász Tibor, Pismán Lilla), melyet folyamatosan frissítünk, és szándékaink szerint a projekt lezárása után is aktívan tartunk, mivel nagyon sok később is hasznosítható információt tartalmaz: <http://vismath.ektf.hu> .

Tevékenységek

A célok megvalósítását sokrétű, változatos módszerekkel és tevékenységekkel kívántuk elérni. Ehhez először egy kérdőíves kutatást végeztek a szerb partnerek a szerbiai általános és középiskolákban a matematikához való hozzáállásról. Ennek eredményei a projekt végén kötetben jelennek meg. A célok között kiemelt helyen szerepel olyan kurzusok indítása a négy EU partner (Finnország, Magyarország, Ausztria, Belgium) intézményeiben, melyeken a szerb partnerintézményekből érkező

hallgatók és az intézmények saját hallgatói közösen vehetnek részt. A projekt két tanévet átívelő időszakában, a tavaszi szemeszterekben 1-1 hónapos kurzusokat indítottunk a projektben megjelölt témában. Mindkét tanévben a projekt pénzügyi kereteiből a szerb intézmények a négy Európai Unió országbeli partnerintézményhez 10-10 diák utazását és 1 hónapos ott tartózkodását finanszírozták. Az Eszterházy Károly Főiskolán a kurzust „Visuality in Mathematics Education” címmel, angol nyelvű kurzusként hirdettük meg. A kurzus során a főiskola több oktatója tartott előadást és gyakorlati foglalkozást, melyek a matematika különböző ágainak a művészetekkel való kapcsolatát világították meg, valamint általános problémamegoldó gondolkodást, modellezést, módszertani kérdéseket érintettek. A kurzus részét képezte olyan számítógépes programokkal való ismerkedés is, melyek a matematikatanítás során jól alkalmazhatók (pl. Geogebra, POV-Ray). A kurzus részeként a hallgatóknak lehetőségük volt a főiskola Gyakorló Iskolájában óralátogatásokon részt venni (matematika és vizuális kommunikáció órák), melyen a hallgatók láthatták, hogyan lehet a kurzuson tanult eszközöket és módszereket a gyakorlatban alkalmazni. A programról és a kurzusról készült beszámoló a http://vismath.ektf.hu/share/Short_Study_Visit_Hungary.pdf oldalon olvasható.



1. ábra: Az egri kurzus résztvevői a közösen készített Zometool konstrukcióval

Egy másik fontos esemény a 2013 júliusában, Egerben megrendezett „European Summer School for Visual Mathematics and Education” nevű két hetes nyári egyetem volt. Ezen az eseményen 40 szerb egyetemi hallgató (főleg matematika és informatika szakos) és a kérdőíves felmérésen részt vett iskolákból 40 matematikatanár (általános- és középiskolai egyaránt) vett részt. A résztvevőket a szerb intézmények pályázatással választották ki. A nyári egyetem nyelve alapvetően angol volt, de néhány foglalkozás szerb nyelven folyt. A két hét alatt széles nemzetközi együttműködés valósult meg: az

előadók és a műhelyfoglalkozások koordinátorai az Egyesült Államoktól Szerbiáig 8 nemzetből jöttek, többen a vizuális matematika vagy a képzőművészet területén, nemzetközi szinten nevet szerzett személyiségek voltak. A program színvonalát emelte az is, hogy a nyitó előadást Szemerédi Endre, Abel-díjas magyar matematikus tartotta. A teljes program, és az elhangzott előadások a <http://vismath.ektf.hu/index.php?l=en&m=233> címen megtekinthetők. A nyári egyetem folytatásaként a résztvevő tanárok és diákok számára feladat volt a látottak és hallottak gyakorlatba való átültetése: a gyakorló tanárok saját iskolájukban olyan matematika órákat tartottak, iskolai programokat szerveztek, melyeken a tanult módszereket és stratégiákat alkalmazták. Ezen órák tervezetei és a tanulóktól kapott visszajelzések szintén elérhetők a <http://vismath.ektf.hu/index.php?l=en&m=311> címen. A mintegy 60 óratervezet egyaránt tartalmaz általános és középiskolai tananyagot feldolgozó órákat, a matematika különböző területeiről. Ez a széles választék mutatja, hogy a vizuális művészetek, programok és játékok milyen sokrétűen alkalmazhatók a matematikaórákon. Az angol nyelven közzétett tervezeteket bárki szabadon kipróbálhatja saját tanítási gyakorlatában. A hallgatók szintén folytatták saját intézményükben a vizuális matematikával való foglalkozást önálló vagy csoportos projektek, kutatások formájában, melyeket a következő nyári egyetemen illetve a projekt záró konferenciáján bemutathattak.



2. ábra: Egy szerb általános iskola vizuális matematika kiállítása

A 2014-es év tavaszi szemeszterében újabb 10-10 szerb diáknak volt lehetősége részt venni az 1 hónapos kurzusokon. Az előző évihez képest megújult programot kínáltunk a hallgatónak, akiktől sok pozitív visszajelzés érkezett. Erről egy rövid beszámoló a <http://vismath.ektf.hu/index.php?l=en&m=511&i=13> oldalon olvasható. Eközben Szerbiában újabb kérdőíves kutatás folyt a matematikával kapcsolatos attitűdről, most már azokban az iskolákban, amelyek tanárai részt vettek a 2013-as egri nyári egyetemen. A cél természetesen az volt, hogy bebizonyítsuk, az új módszerekkel közelebb lehet vinni a matematikát a tanulóhoz. Természetesen ilyen rövid idő alatt nem várhatunk nagy változást, de a pszichológusok által összeállított kérdőív arra alkalmas volt, hogy egy változó tendenciát kimutasson az alkalmazott új módszerek, a vizualitás, a művészetek és játékos tevékenységek matematikaórákra bevitelével. A felmérések eredményeit pszichológus kollégák részvételével kiértékeltek, és az előzetes felmérés eredményeivel együtt kötetben tettük közzé.

A projekt következő eseménye a 2014 júliusában – az egri program folytatásaként – Belgrádban „International Summer School on Visual Mathematics” címmel tartott, szintén két hetes nyári egyetem (<http://www.metropolitan.edu.rs/en/>) volt. A program idén is széles nemzetközi együttműködéssel jött létre, melyből főiskolánk oktatói is kivették részüket előadások és műhelyfoglalkozások tartásával, valamint más, nem főiskolánkhoz tartozó magyar előadók meghívásával. Mivel a konferenciát szervező és annak helyt adó egyetem, a „Metropolitan University of Belgrade” a szerbiai online felsőoktatás egyik első megvalósítója, ezért a programban jelentős szerepe volt az e-learning kultúra elterjesztésének és az oktatást segítő programok megismertetésének.

A projekt záró eseménye egy 3 napos konferencia „Visuality & Mathematics – Experimental Education of Mathematics through Visual Arts, Sciences and Playful Activities” címmel, mely 2014. szeptember 17–19 között szintén Belgrádban került megrendezésre. A konferencia célja a projekt fejlesztéseinek, eredményeinek bemutatása, illetve a résztvevők által a témában elkezdett kutatások ismertetése. A kétéves együttműködésnek köszönhetően több olyan előadás is elhangzott, amelynek szerzői különböző intézményekből jöttek, és a projekt keretében találkoztak, kezdtek közös fejlesztésbe. A konferencián az előadások mellett lehetőség nyílt olyan oktatási segédeszközök (ezek között egyaránt voltak manuális és IKT eszközök) bemutatására, melyeket a szerzők a vizuális művészetek matematikai alkalmazásainak céljából készítettek, valamint a témában készített művészeti alkotások is kiállításra kerültek.

Fejlesztések, eredmények

A két éves együttműködés során megismerkedtünk a szerb matematikaoktatással kicsit közelebbről, megtudhattuk, hogy a szerb matematikatanárok milyen nehézségekkel küzdenek, milyen kihívásokkal szembesülnek a tanítás során. A tavaszi kurzusokon és a nyári egyetemeken olyan módszereket és a matematikatanításnak olyan újszerű, élményközpontú megközelítést céloztuk meg, amely a kor kihívásainak megfelelően leendő és gyakorló tanárok kezébe olyan módszertanilag releváns stratégiákat ad, melyekkel a tanulókat jobban lehet motiválni a matematika tanulására. A kurzusokra és a nyári egyetemekre kidolgozott tananyagok későbbi felhasználását is tervezzük: a „Visuality in Mathematics Education” (NBT_MT170G2) kurzus beépült az Eszterházy Károly Főiskola általános kurzus kínálatába, angol nyelven meghirdetve, melyet a

hallgatók választható tantárgyként felvehetnek. Szintén beépítettük a főiskola e-learning struktúrájába, így vendég hallgatóként bárki, aki érdeklődik a téma iránt és megfelelő angol nyelvtudással, valamint alapvető matematikai és módszertani ismeretekkel rendelkezik, csatlakozhat a kurzushoz a Moodle rendszeren keresztül.

A projekt során alkalmazott módszerek és technikák közül kiemelném azokat a manuális eszközöket, melyek a matematika órákon nagyon jól használhatók modellezésre, képességfejlesztésre: Zometool, fa összerakók, szívószál modellek, ördöglakatok, origami, labirintus modellek, moduláris játékok, térbeli logikai játékok, tangramok, léggömbök, gyufaszálak – és a felsorolás tovább folytatható, csak a kreatitásunk szab határt a felhasználható eszközöknek. A 3. ábra képei ezek közül mutatnak be néhányat – a teljesség igénye nélkül.



3. ábra: Képek az alkalmazott manuális eszközökről

A vizuális matematikának és a különböző játékos tevékenységeknek a matematikaoktatásban való alkalmazásának elősegítése céljából a projekt keretében elkészült „Adventures on Paper” címmel egy olyan tanári segédkönyv, mely példákat és közvetlenül felhasználható anyagokat tartalmaz. A munkafüzetben 15, különböző nemzetiségű szerző által összegyűjtött érdekes és látványos segédanyag található. A szerzők között egyaránt van matematikus, matematikatanár, képzőművész, mind elkötelezett híve annak, hogy a matematikát lehet érdekesen, izgalmasan tanítani, és megszerettetni a gyerekekkel. A kötetet az Eszterházy Károly Főiskola adta ki, angol és szerb nyelven. Egyes fejezethez készült a tanórákon felhasználható Geogebra applikáció is, mely elérhető a projekt honlapján (<http://vismath.ektf.hu/index.php?l=en&m=331>).

Egyéb publikációs tevékenységeinkhez tartozik még a kérdőíves felmérésekről, azok eredményeiről készült összefoglaló kötet, melyet a jyvaskylai egyetem tudományos folyóiratában jelentettünk meg (<https://jyx.jyu.fi/dspace/handle/123456789/44803>), valamint az egyhónapos külföldi tanulmányokon részt vett diákok beszámolóiból készített kiadvány. Ezen kívül a projekt ideje alatt több alkalommal konferencián, újságokban, televíziós interjúkon a projekt résztvevői tájékoztatást adtak (<http://vismath.ektf.hu/index.php?l=en&m=411>).

Nem feledkezhetünk el azokról az elektronikus és kommunikációs eszközökről sem, amelyek kifejlesztésre kerültek: a projekt hivatalos honlapja mellett minden konzorciumi partner saját egyetemi honlapján is megjelentek a projekt különböző eseményei. A Szerb Tudományos Akadémia Matematikai Intézete felvállalta egy olyan honlap szerkesztését és fejlesztését, amely a szerb matematika tanárok számára egyrészt módszertani segédanyagokat tartalmaz, másrészt elektronikus folyóirat formájában teret biztosít a matematikatanítással kapcsolatos cikkek, kutatások megjelentetéséhez (<http://www.mi.sanu.ac.rs/vismath/>).

A projekt során nem csak a konzorciumi partnerek részéről alakult ki együttműködés, hanem a programokba bevont tanárok és diákok között is szoros, baráti kapcsolat alakult ki. Ennek egyik példája az a facebook csoport, melyet a szerb matematikatanárok hoztak létre, és amelyen megosztják egymással tapasztalataikat, ötleteiket, problémáikat.

Összegzés

Nehéz munkán vagyunk túl, melyben öt ország nyolc felsőoktatási intézményét érintő kétéves tevékenységét kellett összehangolni. A kulturális, gazdasági, intézményszerkezeti különbségeket át kellett hidalni, meg kellett ismerni egymás erősségeit és gyengeségeit, és egymást erősítve kellett megvalósítani a céljainkat. Úgy gondolom, a matematika tanításának ez az újszerű szemlélete nem csak Szerbiában, de nálunk is érdeklődésre tarthat számot. A projekt eredményeit a saját tanárképzésünkben ugyanúgy fel tudjuk használni – és fel is fogjuk használni, mint a célcsoport szerbiai matematikaoktatásban és tanárképzésben. A közös munka során kiderült, hogy jó gyakorlatok mindenhol vannak: a szerb tanárok között sokan hozták a saját ötleteiket, terveiket. Igazából a projekt nagyon jó alkalmat biztosított arra nekik, hogy ezeket másokkal is megosszák, megismertessék, közlétegyék. Újra bebizonyosodott, hogy egymástól tanulva fejlődhetünk legjobban, és minden résztvevő hozzá tudott tenni egy kicsit a közös teljesítményhez –mely több lett, mint a részeinek összessége.

Irodalomjegyzék

- Bruner, J. 1976. *The Process of Education* Harvard University Press
- Bruner, J. 1997 *The Culture of Education* Harvard University Press
- Presmeg, N. C. – Bergsten, C. 1995. *Preference for Visual methods: An International Study* (in: Proceedings of the 19th International Conference for the Psychology of Mathematics Education, Recife, Brazil)
- Solano, – Presmeg, N. C. 1995. *Visualization as a Relation of Images* (in: Proceedings of the 19th International Conference for the Psychology of Mathematics Education, Recife, Brazil)
- Presmeg N. C. 2006. *Research on Visualization in Learning and Teaching Mathematics* (in: Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education – Past, Present, Future eds: Angel Gutiérrez, Paolo Boero, PME)
- Lowrie, T. 2001. *The Influence of Visual Representations on Mathematical Problem Solving and Numeracy Performance* (in: 24th Annual MERGA Conference, Sydney, 2001)
- <http://vismath.ektf.hu>
- <http://www.lifecircles-inc.com/Learningtheories/constructivism/bruner.html>
- <http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED411136.pdf#page=67>