

STATISZTIKAI KÉPLETGYŰJTEMÉNY ÉS TÁBLÁZATOK

(Dolgozatírásnál, vizsgán csak egyéni bejegyzések nélkül
használható!)

VISZONYSZÁMOK, KÖZÉPÉRTÉKEK, SZÓRÓDÁS

Viszonyszámok

$$1.) \quad V = \frac{A}{B}, \quad A = B \cdot V, \quad B = \frac{A}{V}$$

$$2.) \quad l_i = \frac{y_i}{y_{i-1}}, \quad b_i = \frac{y_i}{y_0}$$

$$3.) \quad l_1 \cdot l_2 \cdot \dots \cdot l_k = \prod_{i=1}^k l_i = b_k$$

$$4.) \quad \frac{A}{B} = \frac{A}{b} \cdot \frac{b}{B}$$

$$5.) \quad \frac{V_1}{V_0} = \frac{A_1}{B_1} : \frac{A_0}{B_0} = \frac{A_1}{A_0} : \frac{B_1}{B_0}$$

Növekményfelbontás

Ha $A_1/A_0 = a$, $B_1/B_0 = b$, $V_1/V_0 = v$, akkor $\frac{\log b}{\log a} + \frac{\log v}{\log a} = 1$

Összetett viszonzszám

$$\bar{V} = \frac{\sum_{i=1}^k A_i}{\sum_{i=1}^k B_i}, \quad \text{vagy } \bar{V} = \frac{\sum A}{\sum B},$$

$$\bar{V} = \frac{\sum A}{\sum B} = \frac{\sum B \cdot V}{\sum B} = \frac{\sum A}{\sum \frac{A}{V}}$$

Mennyiségi sorok

$$1.) \quad \sum_{i=1}^k f_i = n$$

$$2.) \quad f_i \cdot x_i = s_i$$

$$3.) \quad \sum_{i=1}^k s_i = s$$

$$4.) \quad f'_i = \sum_{j=1}^i f_j$$

$$5.) \quad g_i = \frac{f_i}{\sum_{i=1}^k f_i} = \frac{f_i}{n}$$

$$6.) \quad z_i = \frac{s_i}{s}$$

Középértékek

$$1.) \quad \bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

$$2.) \quad \bar{x} = \frac{\sum f \cdot x}{\sum f} = \sum g \cdot x$$

$$3.) \quad \bar{x}_h = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}}$$

$$4.) \quad \bar{x}_h = \frac{\sum f}{\sum \frac{f}{x}}$$

$$5.) \quad \bar{x}_g = \sqrt[n]{\prod x}$$

$$6.) \quad \bar{x}_g = \sqrt[n]{\prod x^f}$$

$$7.) \quad \bar{x}_q = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n}}$$

$$8.) \quad \bar{x}_q = \sqrt{\frac{\sum fx^2}{\sum f}}$$

$$9.) \quad \bar{x} = \frac{\sum_{j=1}^m s_j}{\sum_{j=1}^m n_j} = \frac{\sum_{j=1}^m n_j \cdot \bar{x}_j}{\sum_{j=1}^m n_j} = \frac{\sum_{j=1}^m \frac{s_j}{\bar{x}_j}}{\sum_{j=1}^m \frac{s_j}{\bar{x}_j}}$$

$$10.) \quad Mo = mo + \frac{k_1}{k_1 + k_2} \cdot h$$

$$11.) \quad Me = me + \frac{\frac{n}{2} - f'_{me-1}}{f_{me}} \cdot h$$

Kvantilisek: $Q_1 = q_1 + \frac{\frac{n}{4} - f'_{q_1-1}}{f_{q_1}} \cdot h$

$Q_3 = q_3 + \frac{\frac{3n}{4} - f'_{q_3-1}}{f_{q_3}} \cdot h$

Szóródásszámítás:

$$1.) \quad R = x_{\max} - x_{\min}$$

$$2.) \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n}}$$

$$2.a) \quad d = x_i - \bar{x} \quad 2.b) \quad \sigma^2 = \bar{x}_q^2 - \bar{x}^2$$

$$3.) \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum f \cdot d^2}{\sum f}} = \sqrt{\sum g \cdot d^2}$$

$$3.a) \quad s = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n-1}} \quad 3.b) \quad s = \sqrt{\frac{\sum f \cdot d^2}{\sum f - 1}}$$

$$4.) \quad V = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

$$5.) \quad \sigma = \sqrt{p \cdot q}, \quad \bar{x} = p$$

$$6.) \quad IQR = Q_3 - Q_1$$

$$7.) \quad G = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |x_i - x_j|}{n^2}$$

$$8.) \quad G = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n f_i \cdot f_j |x_i - x_j|}{n^2}$$

Koncentráció:

$$1.) \quad X_i = g'_i,$$

$$Y_i = z'_i$$

$$2.) \quad K = G / 2\bar{x}$$

Aszimmetria:

$$1.) \quad A = \frac{\bar{x} - Mo}{\sigma}$$

$$2.) \quad F = \frac{(Q_3 - Me) - (Me - Q_1)}{(Q_3 - Me) + (Me - Q_1)}$$

Momentumok: 1.) $m_r = \frac{\sum (x - a)^r}{n}$ 2.) $m_r(0) = \frac{\sum x^r}{n}$ 3.) $m_r(c) = \frac{\sum (x - \bar{x})^r}{n} = \frac{\sum d^r}{n}$

$$4.) \quad \beta_1 = \frac{m_3(c)}{m_2^2(c)}$$

$$5.) \quad \beta_2 = \frac{m_4(c)}{m_2^3(c)}$$

INDEXSZÁMÍTÁS

Egyedi indexek

$$i_{qi} = \frac{q_{1i}}{q_{0i}}, \quad i_{pi} = \frac{p_{1i}}{p_{0i}}, \quad i_{vi} = \frac{q_{1i}p_{1i}}{q_{0i}p_{0i}} = \frac{v_{1i}}{v_{0i}}; \quad i_{vi} = i_{qi} \cdot i_{pi}$$

Érték-, ár- és volumenindexek aggregát- és átlagformákban

$$1.) \quad I_v = \frac{\sum_{i=1}^n q_{1i}p_{1i}}{\sum_{i=1}^n q_{0i}p_{0i}} \equiv \frac{\sum q_1p_1}{\sum q_0p_0} = \frac{\sum v_1}{\sum v_0} = \frac{\sum v_0 \cdot i_v}{\sum v_0} = \frac{\sum v_1}{\sum \frac{v_1}{i_v}}$$

$$2.) \quad I_p^0 = \frac{\sum q_0p_1}{\sum q_0p_0} = \frac{\sum q_0p_0 \cdot \frac{p_1}{p_0}}{\sum q_0p_0} = \frac{\sum v_0 \cdot i_p}{\sum v_0} = \frac{\sum q_0p_1}{\sum \frac{q_0p_1}{i_p}} \quad (\text{Laspeyres})$$

$$3.) \quad I_p^1 = \frac{\sum q_1p_1}{\sum q_1p_0} = \frac{\sum q_1p_0 \cdot i_p}{\sum q_1p_0} = \frac{\sum v_1}{\sum \frac{v_1}{i_p}} \quad (\text{Paasche})$$

$$4.) \quad I_q^0 = \frac{\sum q_1p_0}{\sum q_0p_0} = \frac{\sum v_0 \cdot i_q}{\sum v_0} = \frac{\sum q_1p_0}{\sum \frac{q_1p_0}{i_q}} \quad (\text{Laspeyres})$$

$$5.) \quad I_q^1 = \frac{\sum q_1p_1}{\sum q_0p_1} = \frac{\sum q_0p_1 \cdot i_q}{\sum q_0p_1} = \frac{\sum v_1}{\sum \frac{v_1}{i_q}} \quad (\text{Paasche})$$

Összefüggések

$$1.) \quad I_v = I_q^0 \cdot I_p^1 = I_q^1 \cdot I_p^0 = I_q^F \cdot I_p^F$$

$$2.) \quad K_v = \sum q_1p_1 - \sum q_0p_0, \quad K_p = \sum q_1p_1 - \sum q_1p_0, \quad K_q = \sum q_1p_0 - \sum q_0p_0$$

$$3.) \quad K_v = K_q + K_p$$

Keresztezett formula

$$I_p^F = \sqrt{I_p^0 \cdot I_p^1} \quad (\text{Fisher})$$

Területi indexek

$$1.) \quad I_{q(A/B)}^F = \sqrt{I_{q(A/B)}^B \cdot I_{q(A/B)}^A}$$

$$2.) \quad I_{p(A/B)}^F = \sqrt{I_{p(A/B)}^B \cdot I_{p(A/B)}^A}$$

FŐÁTLAGOK ÖSSZEHASONLÍTÁSA STANDARDIZÁLÁS SEGÍTSÉGÉVEL

Különbségfelbontás módszere

1.) $k_j = \bar{x}_{1j} - \bar{x}_{0j}, \quad k = V_1 - V_0$

2.) $K = \bar{x}_1 - \bar{x}_0, \quad K = \bar{V}_1 - \bar{V}_0$

3.) $K' = \bar{V}'_I - \bar{V}'_{II} = \frac{\sum B_s V_I}{\sum B_s} - \frac{\sum B_s V_{II}}{\sum B_s} = \frac{\sum B_s (V_I - V_{II})}{\sum B_s}$

4.) $K'' = \bar{V}''_I - \bar{V}''_{II} = \frac{\sum B_I V_s}{\sum B_I} - \frac{\sum B_{II} V_s}{\sum B_{II}}$

Összefüggés: $K = K' + K''$ (ha pl. $B_s = B_I$ és $V_s = V_{II}$)

Indexszámítás módszere

1.) $i_j = \frac{\bar{x}_{1j}}{\bar{x}_{0j}}, \quad i = \frac{V_{1j}}{V_{0j}} \qquad 2.) \quad I = \frac{\bar{x}_1}{\bar{x}_0}, \quad I = \frac{\bar{V}_1}{\bar{V}_0}$

3.) $I = \frac{\bar{V}_1}{\bar{V}_0} = \frac{\sum A_1}{\sum B_1} : \frac{\sum A_0}{\sum B_0} = \frac{\sum B_1 V_1}{\sum B_1} : \frac{\sum B_0 V_0}{\sum B_0} = \frac{\sum A_1}{\sum A_0} : \frac{\sum B_1}{\sum B_0}$

4.) $I' = \frac{\bar{V}'_1}{\bar{V}'_0} = \frac{\sum B_1 V_1}{\sum B_1} : \frac{\sum B_1 V_0}{\sum B_1} = \frac{\sum B_1 V_1}{\sum B_1 V_0} = \frac{\sum B_1 V_0 \cdot i}{\sum B_1 V_0} = \frac{\sum A_1}{\sum \frac{A_1}{i}}$

5.) $I'' = \frac{\bar{V}''_1}{\bar{V}''_0} = \frac{\sum B_1 V_0}{\sum B_1} : \frac{\sum B_0 V_0}{\sum B_0}$

Összefüggés: $I = I' \cdot I''$

STATISZTIKAI BECSLÉS ÉS HIPOTÉZISVIZSGÁLAT REPREZENTATÍV MEGFIGYELÉS

A. Statisztikai becslés

Átlag (várható érték) becslése

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$1.) \quad \Pr(\hat{\Theta}_a \langle \Theta \rangle \hat{\Theta}_f) = \pi \quad z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma_{\bar{x}}}$$

$$[\hat{\Theta}_a; \hat{\Theta}_f] = \bar{x} \pm z_{\pi} \cdot \sigma_{\bar{x}}$$

$$\Phi(z_{\pi}) = \frac{\pi + 1}{2}$$

$$2.) \quad \Pr(\hat{\Theta}_a \langle \Theta \rangle \hat{\Theta}_f) = \pi \quad z = \frac{\bar{x} - \mu}{s_{\bar{x}}}$$

$$[\hat{\Theta}_a; \hat{\Theta}_f] = \bar{x} \pm z_{\pi} \cdot s_{\bar{x}}$$

$$\Phi(z_{\pi}) = \frac{\pi + 1}{2}$$

$$3.) \quad \Pr(\hat{\Theta}_a \langle \Theta \rangle \hat{\Theta}_f) = \pi \quad t = \frac{\bar{x} - \mu}{s_{\bar{x}}}$$

$$[\hat{\Theta}_a; \hat{\Theta}_f] = \bar{x} \pm t_{\pi} \cdot s_{\bar{x}}$$

$$\Pr(t_{\pi}) = \frac{\pi + 1}{2}$$

Arány (relatív gyakoriság) becslése

$$p = \frac{k}{n} \quad s_p = \sqrt{\frac{p \cdot q}{n}} \quad (q = 1 - p)$$

$$[\hat{\Theta}_a; \hat{\Theta}_f] = p \pm z_{\pi} \cdot s_p$$

Szórás becslése

$$\Pr \left[\frac{(n-1) \cdot s^2}{\chi^2_{(1-\alpha/2)}} \langle \sigma^2 \rangle \frac{(n-1) \cdot s^2}{\chi^2_{(\alpha/2)}} \right] = \pi$$

B. Hipotézisvizsgálat

$$1.) \quad H_0 : \mu = m_0 \quad \rightarrow \quad z = \frac{\bar{x} - m_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \quad \rightarrow \quad z = \frac{\bar{x} - m_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

$$a) \quad H_1 : \mu > m_0 \quad \text{esetén} \quad 1 - \alpha = \Pr(z < z_{\alpha}) = \Phi(z_{\alpha})$$

$$b) \quad H_1 : \mu \neq m_0 \quad \text{esetén} \quad 1 - \alpha/2 = \Pr(-z_{\alpha} < \mu < z_{\alpha}) = \Phi(z_{\alpha})$$

$$2.) \quad H_0 : \mu = m_0 \quad \rightarrow \quad t = \frac{\bar{x} - m_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \quad (\gamma = n - 1)$$

$$3.) \quad H_0 : P = P_0 \quad \rightarrow \quad z = \frac{p - P_0}{\sqrt{\frac{P_0 \cdot Q_0}{n}}}$$

$$4.) \quad H_0 : \sigma = \sigma_0 \quad \rightarrow \quad \chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \quad (\gamma = n - 1)$$

$$5.) \quad H_0 : \mu_1 - \mu_2 = \delta \quad \rightarrow \quad z = \frac{d - \delta}{s_d}$$

$$\text{ahol} \quad d = \bar{x}_1 - \bar{x}_2; \quad s_d = \sqrt{\frac{s_1^2}{m} + \frac{s_2^2}{n}}$$

$$6.) \quad H_0 : \mu_1 - \mu_2 = \delta \quad \rightarrow \quad t = \frac{d - \delta}{s_p \sqrt{\frac{1}{m} + \frac{1}{n}}} \quad (\gamma = m + n - 2)$$

$$s_p = \sqrt{\frac{(m-1) \cdot s_1^2 + (n-1) \cdot s_2^2}{m+n-2}}$$

$$7.) \quad H_0 : P_1 - P_2 = \varepsilon \quad \rightarrow \quad z = \frac{e - \varepsilon}{s_e}$$

$$\text{ahol} \quad e = p_1 - p_2; \quad s_e = \sqrt{\frac{p_1 \cdot q_1}{m} + \frac{p_2 \cdot q_2}{n}}$$

$$8.) \quad H_0 : \sigma_1 = \sigma_2 \quad \rightarrow \quad F = \frac{s_1^2}{s_2^2} \quad (\gamma_1 = m-1; \gamma_2 = n-1); \quad F_{\gamma_1, \gamma_2}^{1-\alpha} = \frac{1}{F_{\gamma_2, \gamma_1}^\alpha}$$

$$9.) \quad H_0 : \Pr(x_i) = P_i \quad (i = 1, 2, \dots, r)$$

$$H_1 : \exists i : \Pr(x_i) \neq P_i \quad \rightarrow \quad \chi^2 = \sum_i \frac{(f_i - n \cdot P_i)^2}{n \cdot P_i} \quad (\gamma = r - 1 - b)$$

$$10.) \quad H_0 : P_{ij} = P_i \cdot P_j$$

$$H_1 : \exists ij : P_{ij} \neq P_i \cdot P_j \quad \rightarrow \quad \chi^2 = \sum_i \sum_j \frac{(f_{ij} - f_{ij}^*)^2}{f_{ij}^*} \quad [\gamma = (t-1)(s-1)]$$

11.) $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_m = 0$

$$H_1 : \exists i : \beta_i \neq 0 \quad \rightarrow \quad F = \frac{S_K / (m-1)}{S_B / (n-m)} \quad (\gamma_1 = m-1; \gamma_2 = n-m)$$

ahol

$$S_K = \sum_j n_j (\bar{x}_j - \bar{x})^2$$

$$S_B = \sum_j \sum_i (x_{ji} - \bar{x}_j)^2$$

C. Reprezentatív megfigyelés

1.) $s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} \sqrt{1 - \frac{n}{N}}$ $s_p = \sqrt{\frac{p \cdot q}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$

2.) $x' = N \cdot \bar{x}$ $s_{x'} = N \cdot s_{\bar{x}}$

3.) $h = \frac{\sum x}{\sum y} = \frac{\bar{x}}{\bar{y}}$

$$s_{h}^2 = \frac{\sum (x_i - h \cdot y_i)^2}{(n-1) \cdot n \cdot \bar{y}^2} \left(1 - \frac{n}{N}\right) = \frac{\sum (x_i - h \cdot y_i)^2}{(\sum y_i)^2} \left(1 - \frac{n}{N}\right) = \frac{\sum x_i^2 + h \cdot \sum y_i^2 - 2 \cdot h \cdot \sum x_i \cdot y_i}{(\sum y_i)^2} \left(1 - \frac{n}{N}\right)$$

4.) $n = \frac{N \cdot z^2 \cdot \sigma^2}{z^2 \cdot \sigma^2 + N \cdot \Delta^2}$

5.) $\bar{x} = \sum_{i=1}^L \frac{N_i}{N} \bar{x}_i$

6.) $s_{\bar{x}}^2 = \sum_{i=1}^L \frac{N_i^2}{N^2} \frac{s_i^2}{n_i} k_i = \sum_{i=1}^L \left(\frac{N_i}{N}\right)^2 s_{\bar{x}_i}^2$ $\left(k_i = 1 - \frac{n_i}{N_i}\right)$

7.) $n_i = \frac{N_i \sigma_i}{\sum N_i \sigma_i} \cdot n$ (optimális rétegzés) $n_i = n \frac{N_i}{N}$ (arányos rétegzés)

8.) $\bar{u} = \frac{1}{k} \sum_i u_i$ $s_{\bar{u}}^2 = \frac{\sum (u_i - \bar{u})^2}{k(k-1)}$ (részminták alkalmazása)

SZTOCHASZTIKUS KAPCSOLATOK ELEMZÉSE

Asszociációs együtthatók

$$1.) \quad Y = \frac{f_{11} \cdot f_{00} - f_{10} \cdot f_{01}}{f_{11} \cdot f_{00} + f_{10} \cdot f_{01}}$$

$$2.) \quad \chi^2 = \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^t \frac{(f_{ij} - f_{ij}^*)^2}{f_{ij}^*} \qquad T = \sqrt{\frac{\chi^2}{n \cdot \sqrt{s-1} \cdot \sqrt{t-1}}}$$

$$f_{ij}^* = \frac{f_{i \cdot} \cdot f_{\cdot j}}{n} \qquad (i=1, \dots, s; j=1, \dots, t)$$

$$3.) \quad C = \frac{T}{T_{\max}} \qquad T_{\max} = \sqrt[4]{\frac{s-1}{t-1}} \quad (s < t)$$

$$4.) \quad T = \frac{|f_{11} \cdot f_{00} - f_{10} \cdot f_{01}|}{\sqrt{f_{1 \cdot} \cdot f_{\cdot 0} \cdot f_{\cdot 1} \cdot f_{0 \cdot}}}$$

Vegyes kapcsolat mérése

$$1.) \quad d_{ji} = x_{ji} - \bar{x}; \quad B_{ji} = x_{ji} - \bar{x}_j; \quad K_j = \bar{x}_j - \bar{x}; \quad d_{ji} = B_{ji} + K_j$$

$$2.) \quad S_B = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^{n_j} B_{ji}^2 = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^{n_j} (x_{ji} - \bar{x}_j)^2$$

$$3.) \quad S_K = \sum_{j=1}^m n_j K_j^2 = \sum_{j=1}^m n_j (\bar{x}_j - \bar{x})^2$$

$$4.) \quad S = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^{n_j} (x_{ji} - \bar{x})^2$$

Összefüggések

$$5.) \quad S = S_B + S_K$$

$$6.) \quad H = \sqrt{\frac{S_K}{S}} = \sqrt{1 - \frac{S_B}{S}}$$

KÉTVÁLTOZÓS KORRELÁCIÓ- ÉS REGRESSZIÓ SZÁMÍTÁS

Korrelációs mérőszámok

$$1.) \quad C = \frac{\sum d_x d_y}{n-1} = \frac{\sum xy - n\bar{x}\bar{y}}{n-1}$$

$$2.) \quad r = \frac{C}{s_x \cdot s_y} = \frac{\sum d_x d_y}{n \cdot s_x \cdot s_y} = \frac{\sum d_x d_y}{\sqrt{\sum d_x^2 \sum d_y^2}} = \frac{\sum xy - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sqrt{(\sum x^2 - n \cdot \bar{x}^2)(\sum y^2 - n \cdot \bar{y}^2)}}$$

$$3.) \quad \eta^2_{y|x} = \frac{S_K(y)}{S(y)} = 1 - \frac{S_B(y)}{S(y)} \quad 4.) \quad \rho = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2 - 1)}$$

Lineáris regresszió

$$1.) \quad \begin{aligned} \sum y &= b_0 \cdot n + b_1 \cdot \sum x \\ \sum xy &= b_0 \cdot \sum x + b_1 \cdot \sum x^2 \end{aligned}$$

$$2.) \quad b_1 = \frac{\sum d_x d_y}{\sum d_x^2}; \quad b_0 = \bar{y} - b_1 \cdot \bar{x}, \quad \text{ahol } d_x = x - \bar{x}, \quad d_y = y - \bar{y}$$

$$3.) \quad E(y, x) = b_1 \cdot \frac{x}{b_0 + b_1 \cdot x} \quad E(y, \bar{x}) = b_1 \cdot \frac{\bar{x}}{\bar{y}}$$

$$4.) \quad S_y = S_{\hat{y}} + S_e; \quad r^2 = \frac{S_{\hat{y}}}{S_y}; \quad r = b_1 \frac{s_x}{s_y}$$

$$S_y = SST = \sum (y - \bar{y})^2 \quad S_{\hat{y}} = SSR = \sum (\hat{y} - \bar{y})^2 \quad S_e = SSE = \sum (y - \hat{y})^2$$

$$5.) \quad H_0: \beta_1 = 0 \quad \rightarrow \quad F = \frac{S_{\hat{y}}}{S_e / n - 2}$$

$$6.) \quad S_{\hat{y}} = b_1^2 \cdot \sum d_x^2 = r^2 \cdot \sum d_y^2 \quad s_e = \sqrt{\frac{\sum (y - \hat{y})^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{S_e}{n-2}}$$

$$7.) \quad s(b_0) = s_e \cdot \sqrt{\frac{\sum x^2}{n \cdot \sum (x - \bar{x})^2}} \quad s(b_1) = \frac{s_e}{\sqrt{\sum (x - \bar{x})^2}}$$

$$8.) \quad s'(\hat{y}) = s_e \cdot \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{\sum (x - \bar{x})^2}} \quad s''(\hat{y}) = s_e \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{\sum (x - \bar{x})^2}}$$

Nemlineáris regresszió

$$1.) \quad \hat{Y} = a \cdot X^b \quad \rightarrow \quad \hat{V} = b_0 + b_1 \cdot U$$

$$2.) \quad \hat{Y} = a \cdot b^X \quad \rightarrow \quad \hat{V} = b_0 + b_1 \cdot X$$

TÖBBVÁLTOZÓS KORRELÁCIÓ- ÉS REGRESSZIÓSZÁMÍTÁS

Többváltozós korrelációszámítás:

1.) $\underline{R} = [r_{ij}]$

2.) $C = [C_{ij}]$

3.) $\underline{R}^{-1} = [q_{ij}]$

4.) $r_{y_i, 12\dots i-1, i+1, \dots, k} = \frac{-q_{yi}}{\sqrt{q_{yy} \cdot q_{ii}}}$

5.) $r_{y1.2} = \frac{r_{y1} - r_{y2} \cdot r_{12}}{\sqrt{(1-r_{y2}^2)(1-r_{12}^2)}} = \frac{-q_{y1}}{\sqrt{q_{yy} \cdot q_{ii}}}$

6.) $R = \sqrt{\frac{r_{y1}^2 + r_{y2}^2 - 2r_{y1} \cdot r_{y2} \cdot r_{12}}{1 - r_{12}^2}}$

7.) $R = \sqrt{1 - \frac{1}{q_{yy}}}$

8.) $I = \sqrt{1 - \frac{\sum (y - \hat{y})^2}{\sum (y - \bar{y})^2}}$

9.) $r = \frac{\sum d_{k_y} \cdot d_{k_{x_j}}}{n \cdot s_{k_y} \cdot s_{k_{x_j}}}$

10.) $k_y = y - \hat{y}$

$k_{x_j} = x_j - \hat{x}_j$

Többváltozós lineáris regresszió:

1.) $\hat{y} = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + \dots + b_p x_p$

2.) $E(y, x_i) = \frac{b_i x_i}{b_0 + b_1 x_1 + \dots + b_p x_p}$

3.) $\underline{b} = (\underline{X}^* \underline{X})^{-1} \underline{X}^* \underline{y}$

$$\underline{b} = \begin{bmatrix} n & \sum x_1 & \sum x_2 \\ \sum x_1 & \sum x_1^2 & \sum x_1 x_2 \\ \sum x_2 & \sum x_1 x_2 & \sum x_2^2 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \sum y \\ \sum x_1 y \\ \sum x_2 y \end{bmatrix}$$

4.) $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots \beta_p = 0$

$H_1 : \exists i : \beta_i \neq 0$

$$F = \frac{S_y/p}{S_e/(n-p-1)} = \frac{n-p-1}{p} \cdot \frac{R^2}{1-R^2}$$

$(v_1 = p, v_2 = n - p - 1)$

5.) $s_e^2 = s_y^2 (1 - R^2)$

6.) $s_e = \sqrt{\frac{\sum e_i^2}{n-p-1}}$

7.) $H_0 : \beta_i = 0$

$t = \frac{b_i}{\sqrt{v_{ii}}}$

$\rightarrow t = \frac{\hat{\beta}_i}{\sigma(\hat{\beta}_i)} \quad -t_{1-\frac{\alpha}{2}, n-p-1} < t < t_{1-\frac{\alpha}{2}, n-p-1}$

$H_0 : \beta_i \neq 0$

$$8.) \quad s(b_i) = s\sqrt{v_{ii}} \quad (\underline{X}^* \underline{X})^{-1} = [v_{ij}]$$

$$9.) \quad s'(\hat{y}) = s\sqrt{\underline{x}_0^* (\underline{X}^* \underline{X})^{-1} \underline{x}_0} \quad s''(\hat{y}) = s\sqrt{1 + \underline{x}_0^* (\underline{X}^* \underline{X})^{-1} \underline{x}_0}$$

$$10.) \quad \bar{R}^2 = 1 - \frac{n-1}{n-p-1} \cdot (1-R^2) \quad 11.) \quad e^* = \frac{y - \hat{y}}{s_e}$$

$$12.) \quad H_0 : \sigma_i^2 = \sigma^2 \quad \rightarrow \quad F = \frac{\sum e_1^2}{\sum e_2^2} = \frac{s_1^2}{s_2^2}$$

$$H_1 : \sigma_i^2 = \sigma^2 \text{ vagy } H_1 : \sigma_i^2 \neq \sigma^2 \quad F_{\frac{\alpha}{2}; \nu_1, \nu_2} \leq F \leq F_{1-\frac{\alpha}{2}; \nu_1, \nu_2} \quad \left(\nu_1, \nu_2 = \frac{n-r}{2} \right)$$

$$13.) \quad H_0 : \rho = 0 \quad d \cong 2 \cdot (1-\rho) \\ H_1 : \rho > 0 \quad \text{vagy} \quad H_1 : \rho < 0$$

$$14.) \quad \hat{\rho} = \frac{\sum_{i=2}^n e_i \cdot e_{i-1}}{\sum_{i=2}^n e_{i-1}^2} \quad 15.) \quad d = \frac{\sum_{t=2}^n (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n e_t^2} \quad e_t = Y_t - \hat{Y}_t$$

$$16.) \quad H_0 : \Pr(\varepsilon_j) = P_j \quad \rightarrow \quad \chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(f_i - n \cdot P_i)^2}{n \cdot P_i} \\ H_1 : \exists j : \Pr(\varepsilon_j) \neq P_j \quad 0 \leq \chi^2 \leq \chi_{1-\alpha, k-1, b}^2$$

BAYES-TÉTEL

$$1.) \quad p(e_i | I_j) = \frac{p(I_j | e_i) \cdot p_i}{\sum_{i=1}^m p(I_j | e_i) \cdot p_i}$$

IDŐSOROK VIZSGÁLATA

Idősorok adatainak átlagolása

$$1.) \quad \bar{y}_k = \frac{\frac{y_0}{2} + \sum_{i=1}^{n-1} y_i + \frac{y_n}{2}}{n}$$

$$2.) \quad \bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} d_i}{n-1} = \frac{y_n - y_1}{n-1}$$

$$3.) \quad \bar{\ell} = \sqrt[n-1]{\prod_{i=1}^{n-1} \ell_i} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}}$$

A. Trend meghatározása

Mozgó átlagolás

$$\hat{y}_t^{(k)} = \frac{1}{k} \sum_{i=t-j}^{t+j} y_i$$

Analitikus trendszámítás

1.) Lineáris trendfüggvény:

$$\hat{y}_t = b_0 + b_1 \cdot t$$

$t = 1, 2, \dots, n$ esetén

$$\sum y = b_0 \cdot n + b_1 \cdot \sum t$$

$$\sum ty = b_0 \cdot \sum t + b_1 \cdot \sum t^2$$

$$\text{Ha } \sum t = 0 \Rightarrow b_0 = \sum y / n;$$

$$b_1 = \sum ty / \sum t^2$$

2.) Exponenciális trendfüggvény:

$$\hat{y} = a \cdot b^t$$

$$\log \hat{y} = \log a + t \cdot \log b \Rightarrow b_0 + b_1 \cdot t$$

$$\text{Ha } \sum t = 0 \Rightarrow b_0 = \sum \log y / n;$$

$$b_1 = \sum (t \cdot \log y) / \sum t^2$$

B. Szezonális vizsgálata

$$1.) \quad y_{ij} = \hat{y}_{ij} + s_j + v_{ij} + k$$

vagy

$$y_{ij} = \hat{y}_{ij} \cdot s_j^* \cdot v_{ij}^* \cdot k$$

$$2.) \quad s_j' = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p (y_{ij} - \hat{y}_{ij})$$

→

$$s_j = s_j - \frac{\sum_{j=1}^m s_j'}{m}$$

$$s_j^* = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p \frac{y_{ij}}{\hat{y}_{ij}}$$

→

$$s_j^* = \frac{s_j^*}{\frac{1}{m} \sum_{j=1}^m s_j^*}$$

C. Interpoláció és extrapoláció

$$1.) \quad y_k' = y_0 + k \cdot \bar{D}$$

$$y_k' = y_0 \cdot 1^k$$

$$2.) \quad y_{kj}' = \hat{y}_{kj} + s_j$$

$$y_{kj}' = \hat{y}_{kj} \cdot s_j^*$$

Autokorreláció

$$1.) \quad d = \frac{\sum_{t=2}^n (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n e_t^2}$$

D. Exponenciális kisimítás

Egyszeres:

$$S_t^{(1)} = \alpha y_t + (1 - \alpha) S_{t-1}^{(1)}$$

Előrejelzés:

$$S_{t+1}^{(1)} = S_t^{(1)} + \alpha (S_t^{(1)} - S_{t-1}^{(1)})$$

Kétszeres:

$$S_t^{(2)} = \alpha S_t^{(1)} + (1 - \alpha) S_{t-1}^{(2)}$$

Előrejelzés:

$$S_{t+z}^{(2)} = b_{0t} + b_{1t} \cdot z \quad \text{ahol}$$

$$b_{0t} = 2S_t^{(1)} - S_t^{(2)}$$

$$b_{1t} = \frac{\alpha}{1 - \alpha} (S_t^{(1)} - S_t^{(2)})$$

E. Logisztikus trend meghatározása:

(3 pont módszer)

$$1.) \quad \hat{y} = \frac{k}{1 + e^{b_0 + b_1 \cdot t}}$$

$$2.) \quad k = \frac{2 \cdot Y_0 \cdot Y_1 \cdot Y_2 - Y_1^2 (Y_0 + Y_2)}{Y_0 \cdot Y_2 - Y_1^2}$$

$$3.) \quad b_0 = \ln \frac{k - Y_0}{Y_0}$$

$$4.) \quad b_1 = \frac{1}{n} \ln \frac{Y_0 (k - Y_1)}{Y_1 (k - Y_0)}$$

Standard normális eloszlású valószínűségi változó eloszlásfüggvénye (z-táblázat)

$$\Phi(-x) = 1 - \Phi(x)$$

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0,00	0,50000	0,47	0,68082	0,94	0,82639	1,41	0,92073	1,88	0,96995
0,01	0,50399	0,48	0,68439	0,95	0,82894	1,42	0,92220	1,89	0,97062
0,02	0,50798	0,49	0,68793	0,96	0,83147	1,43	0,92364	1,90	0,97128
0,03	0,51197	0,50	0,69146	0,97	0,83398	1,44	0,92507	1,91	0,97193
0,04	0,51595	0,51	0,69497	0,98	0,83646	1,45	0,92647	1,92	0,97257
0,05	0,51994	0,52	0,69847	0,99	0,83891	1,46	0,92785	1,93	0,97320
0,06	0,52392	0,53	0,70194	1,00	0,84134	1,47	0,92922	1,94	0,97381
0,07	0,52790	0,54	0,70540	1,01	0,84375	1,48	0,93056	1,95	0,97441
0,08	0,53188	0,55	0,70884	1,02	0,84614	1,49	0,93189	1,96	0,97500
0,09	0,53586	0,56	0,71226	1,03	0,84849	1,50	0,93319	1,97	0,97558
0,10	0,53983	0,57	0,71566	1,04	0,85083	1,51	0,93448	1,98	0,97615
0,11	0,54380	0,58	0,71904	1,05	0,85314	1,52	0,93574	1,99	0,97670
0,12	0,54776	0,59	0,72240	1,06	0,85543	1,53	0,93699	2,00	0,97725
0,13	0,55172	0,60	0,72575	1,07	0,85769	1,54	0,93822	2,01	0,97778
0,14	0,55567	0,61	0,72907	1,08	0,85993	1,55	0,93943	2,02	0,97831
0,15	0,55962	0,62	0,73237	1,09	0,86214	1,56	0,94062	2,03	0,97882
0,16	0,56356	0,63	0,73565	1,10	0,86433	1,57	0,94179	2,04	0,97932
0,17	0,56749	0,64	0,73891	1,11	0,86650	1,58	0,94295	2,05	0,97982
0,18	0,57142	0,65	0,74215	1,12	0,86864	1,59	0,94408	2,06	0,98030
0,19	0,57535	0,66	0,74537	1,13	0,87076	1,60	0,94520	2,07	0,98077
0,20	0,57926	0,67	0,74857	1,14	0,87286	1,61	0,94630	2,08	0,98124
0,21	0,58317	0,68	0,75175	1,15	0,87493	1,62	0,94738	2,09	0,98169
0,22	0,58706	0,69	0,75490	1,16	0,87698	1,63	0,94845	2,10	0,98214
0,23	0,59095	0,70	0,75804	1,17	0,87900	1,64	0,94950	2,11	0,98257
0,24	0,59483	0,71	0,76115	1,18	0,88100	1,65	0,95053	2,12	0,98300
0,25	0,59871	0,72	0,76424	1,19	0,88298	1,66	0,95154	2,13	0,98341
0,26	0,60257	0,73	0,76730	1,20	0,88493	1,67	0,95254	2,14	0,98382
0,27	0,60642	0,74	0,77035	1,21	0,88686	1,68	0,95352	2,15	0,98422
0,28	0,61026	0,75	0,77337	1,22	0,88877	1,69	0,95449	2,16	0,98461
0,29	0,61409	0,76	0,77637	1,23	0,89065	1,70	0,95543	2,17	0,98500
0,30	0,61791	0,77	0,77935	1,24	0,89251	1,71	0,95637	2,18	0,98537
0,31	0,62172	0,78	0,78230	1,25	0,89435	1,72	0,95728	2,19	0,98574
0,32	0,62552	0,79	0,78524	1,26	0,89617	1,73	0,95818	2,20	0,98610
0,33	0,62930	0,80	0,78814	1,27	0,89796	1,74	0,95907	2,25	0,98778
0,34	0,63307	0,81	0,79103	1,28	0,89973	1,75	0,95994	2,30	0,98928
0,35	0,63683	0,82	0,79389	1,29	0,90147	1,76	0,96080	2,35	0,99061
0,36	0,64058	0,83	0,79673	1,30	0,90320	1,77	0,96164	2,40	0,99180
0,37	0,64431	0,84	0,79955	1,31	0,90490	1,78	0,96246	2,50	0,99379
0,38	0,64803	0,85	0,80234	1,32	0,90658	1,79	0,96327	2,60	0,99534
0,39	0,65173	0,86	0,80511	1,33	0,90824	1,80	0,96407	2,70	0,99653
0,40	0,65542	0,87	0,80785	1,34	0,90988	1,81	0,96485	2,80	0,99744
0,41	0,65910	0,88	0,81057	1,35	0,91149	1,82	0,96562	2,90	0,99813
0,42	0,66276	0,89	0,81327	1,36	0,91308	1,83	0,96638	3,00	0,99865
0,43	0,66640	0,90	0,81594	1,37	0,91466	1,84	0,96712	3,20	0,99931
0,44	0,67003	0,91	0,81859	1,38	0,91621	1,85	0,96784	3,40	0,99966
0,45	0,67364	0,92	0,82121	1,39	0,91774	1,86	0,96856	3,60	0,99984
0,46	0,67724	0,93	0,82381	1,40	0,91924	1,87	0,96926	3,80	0,99993

A Student-féle t-eloszlás táblázata

<i>Szabadságfok</i>	<i>0,55</i>	<i>0,60</i>	<i>0,70</i>	<i>0,75</i>	<i>0,80</i>	<i>0,90</i>	<i>0,95</i>	<i>0,975</i>	<i>0,99</i>	<i>0,995</i>
1	0,158	0,325	0,727	1,000	1,376	3,08	6,31	12,71	31,82	63,66
2	0,142	0,289	0,617	0,816	1,061	1,89	2,92	4,30	6,96	9,92
3	0,137	0,277	0,584	0,765	0,978	1,64	2,35	3,18	4,54	5,84
4	0,134	0,271	0,569	0,741	0,941	1,53	2,13	2,78	3,75	4,60
5	0,132	0,267	0,559	0,727	0,920	1,48	2,02	2,57	3,36	4,03
6	0,131	0,265	0,553	0,718	0,906	1,44	1,94	2,45	3,14	3,71
7	0,130	0,263	0,549	0,711	0,896	1,42	1,90	2,36	3,00	3,50
8	0,130	0,262	0,546	0,706	0,889	1,40	1,86	2,31	2,90	3,36
9	0,129	0,261	0,543	0,703	0,883	1,38	1,83	2,26	2,82	3,25
10	0,129	0,260	0,542	0,700	0,879	1,37	1,81	2,23	2,76	3,17
11	0,129	0,260	0,540	0,697	0,876	1,36	1,80	2,20	2,72	3,11
12	0,128	0,259	0,539	0,695	0,873	1,36	1,78	2,18	2,68	3,06
13	0,128	0,259	0,538	0,694	0,870	1,35	1,77	2,16	2,65	3,01
14	0,128	0,258	0,537	0,692	0,868	1,34	1,76	2,14	2,62	2,98
15	0,128	0,258	0,536	0,691	0,866	1,34	1,75	2,13	2,60	2,95
16	0,128	0,258	0,535	0,690	0,865	1,34	1,75	2,12	2,58	2,92
17	0,128	0,257	0,534	0,689	0,863	1,33	1,74	2,11	2,57	2,90
18	0,127	0,257	0,534	0,688	0,862	1,33	1,73	2,10	2,55	2,88
19	0,127	0,257	0,533	0,688	0,861	1,33	1,73	2,09	2,54	2,86
20	0,127	0,257	0,533	0,687	0,860	1,32	1,72	2,09	2,53	2,84
21	0,127	0,257	0,532	0,686	0,859	1,32	1,72	2,08	2,52	2,83
22	0,127	0,256	0,532	0,686	0,858	1,32	1,72	2,07	2,51	2,82
23	0,127	0,256	0,532	0,685	0,858	1,32	1,71	2,07	2,50	2,81
24	0,127	0,256	0,531	0,685	0,857	1,32	1,71	2,06	2,49	2,80
25	0,127	0,256	0,531	0,684	0,856	1,32	1,71	2,06	2,48	2,79
26	0,127	0,256	0,531	0,684	0,856	1,32	1,71	2,06	2,48	2,78
27	0,127	0,256	0,531	0,684	0,855	1,31	1,70	2,05	2,47	2,77
28	0,127	0,256	0,530	0,683	0,855	1,31	1,70	2,05	2,47	2,76
29	0,127	0,256	0,530	0,683	0,854	1,31	1,70	2,04	2,46	2,76
30	0,127	0,256	0,530	0,683	0,854	1,31	1,70	2,04	2,46	2,75
40	0,126	0,255	0,529	0,681	0,851	1,30	1,68	2,02	2,42	2,70
60	0,126	0,254	0,527	0,679	0,848	1,30	1,67	2,00	2,39	2,66
120	0,126	0,254	0,526	0,677	0,845	1,29	1,66	1,98	2,36	2,62
∞	0,126	0,253	0,524	0,674	0,842	1,28	1,645	1,96	2,33	2,58

Az F-eloszlás táblázata (p=0,9)

$v_2 \backslash v_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	40	50	60	100	120	∞	$v_1 \backslash v_2$
1	39,86	49,50	53,59	55,83	57,24	58,20	58,91	59,44	59,86	60,19	61,22	61,74	62,53	62,69	62,79	63,01	63,06	63,33	1
2	8,53	9,00	9,16	9,24	9,29	9,33	9,35	9,37	9,38	9,39	9,42	9,44	9,47	9,47	9,47	9,48	9,48	9,49	2
3	5,54	5,46	5,39	5,34	5,31	5,28	5,27	5,25	5,24	5,23	5,20	5,18	5,16	5,15	5,15	5,14	5,14	5,13	3
4	4,54	4,32	4,19	4,11	4,05	4,01	3,98	3,95	3,94	3,92	3,87	3,84	3,80	3,80	3,79	3,78	3,78	3,76	4
5	4,06	3,78	3,62	3,52	3,45	3,40	3,37	3,34	3,32	3,30	3,24	3,21	3,16	3,15	3,14	3,13	3,12	3,11	5
6	3,78	3,46	3,29	3,18	3,11	3,05	3,01	2,98	2,96	2,94	2,87	2,84	2,78	2,77	2,76	2,75	2,74	2,72	6
7	3,59	3,26	3,07	2,96	2,88	2,83	2,78	2,75	2,72	2,70	2,63	2,59	2,54	2,52	2,51	2,50	2,49	2,47	7
8	3,46	3,11	2,92	2,81	2,73	2,67	2,62	2,59	2,56	2,54	2,46	2,42	2,36	2,35	2,34	2,32	2,32	2,29	8
9	3,36	3,01	2,81	2,69	2,61	2,55	2,51	2,47	2,44	2,42	2,34	2,30	2,23	2,22	2,21	2,19	2,18	2,16	9
10	3,29	2,92	2,73	2,61	2,52	2,46	2,41	2,38	2,35	2,32	2,24	2,20	2,13	2,12	2,11	2,09	2,08	2,06	10
11	3,23	2,86	2,66	2,54	2,45	2,39	2,34	2,30	2,27	2,25	2,17	2,12	2,05	2,04	2,03	2,01	2,00	1,97	11
12	3,18	2,81	2,61	2,48	2,39	2,33	2,28	2,24	2,21	2,19	2,10	2,06	1,99	1,97	1,96	1,94	1,93	1,90	12
13	3,14	2,76	2,56	2,43	2,35	2,28	2,23	2,20	2,16	2,14	2,05	2,01	1,93	1,92	1,90	1,88	1,88	1,85	13
14	3,10	2,73	2,52	2,39	2,31	2,24	2,19	2,15	2,12	2,10	2,01	1,96	1,89	1,87	1,86	1,83	1,83	1,80	14
15	3,07	2,70	2,49	2,36	2,27	2,21	2,16	2,12	2,09	2,06	1,97	1,92	1,85	1,83	1,82	1,79	1,79	1,76	15
16	3,05	2,67	2,46	2,33	2,24	2,18	2,13	2,09	2,06	2,03	1,94	1,89	1,81	1,79	1,78	1,76	1,75	1,72	16
17	3,03	2,64	2,44	2,31	2,22	2,15	2,10	2,06	2,03	2,00	1,91	1,86	1,78	1,76	1,75	1,73	1,72	1,69	17
18	3,01	2,62	2,42	2,29	2,20	2,13	2,08	2,04	2,00	1,98	1,89	1,84	1,75	1,74	1,72	1,70	1,69	1,66	18
19	2,99	2,61	2,40	2,27	2,18	2,11	2,06	2,02	1,98	1,96	1,86	1,81	1,73	1,71	1,70	1,67	1,67	1,63	19
20	2,97	2,59	2,38	2,25	2,16	2,09	2,04	2,00	1,96	1,94	1,84	1,79	1,71	1,69	1,68	1,65	1,64	1,61	20
21	2,96	2,57	2,36	2,23	2,14	2,08	2,02	1,98	1,95	1,92	1,83	1,78	1,69	1,67	1,66	1,63	1,62	1,59	21
22	2,95	2,56	2,35	2,22	2,13	2,06	2,01	1,97	1,93	1,90	1,81	1,76	1,67	1,65	1,64	1,61	1,60	1,57	22
23	2,94	2,55	2,34	2,21	2,11	2,05	1,99	1,95	1,92	1,89	1,80	1,74	1,66	1,64	1,62	1,59	1,59	1,55	23
24	2,93	2,54	2,33	2,19	2,10	2,04	1,98	1,94	1,91	1,88	1,78	1,73	1,64	1,62	1,61	1,58	1,57	1,53	24
25	2,92	2,53	2,32	2,18	2,09	2,02	1,97	1,93	1,89	1,87	1,77	1,72	1,63	1,61	1,59	1,56	1,56	1,52	25
40	2,84	2,44	2,23	2,09	2,00	1,93	1,87	1,83	1,79	1,76	1,66	1,61	1,51	1,48	1,47	1,43	1,42	1,38	40
50	2,81	2,41	2,20	2,06	1,97	1,90	1,84	1,80	1,76	1,73	1,63	1,57	1,46	1,44	1,42	1,39	1,38	1,33	50
60	2,79	2,39	2,18	2,04	1,95	1,87	1,82	1,77	1,74	1,71	1,60	1,54	1,44	1,41	1,40	1,36	1,35	1,29	60
100	2,76	2,36	2,14	2,00	1,91	1,83	1,78	1,73	1,69	1,66	1,56	1,49	1,38	1,35	1,34	1,29	1,28	1,21	100
120	2,75	2,35	2,13	1,99	1,90	1,82	1,77	1,72	1,68	1,65	1,55	1,48	1,37	1,34	1,32	1,28	1,26	1,19	120
∞	2,71	2,30	2,08	1,94	1,85	1,77	1,72	1,67	1,63	1,60	1,49	1,42	1,30	1,26	1,24	1,18	1,17	1,00	∞

Az F-eloszlás táblázata (p=0,95)

$v_2 \backslash v_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	40	50	60	100	120	∞
1	161,45	199,50	215,71	224,58	230,16	233,99	236,77	238,88	240,54	241,88	245,95	248,02	251,14	251,77	252,20	253,04	253,25	254,32
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,35	19,37	19,38	19,40	19,43	19,45	19,47	19,48	19,48	19,49	19,49	19,50
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81	8,79	8,70	8,66	8,59	8,58	8,57	8,55	8,55	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,86	5,80	5,72	5,70	5,69	5,66	5,66	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74	4,62	4,56	4,46	4,44	4,43	4,41	4,40	4,37
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	3,94	3,87	3,77	3,75	3,74	3,71	3,70	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64	3,51	3,44	3,34	3,32	3,30	3,27	3,27	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,35	3,22	3,15	3,04	3,02	3,01	2,97	2,97	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14	3,01	2,94	2,83	2,80	2,79	2,76	2,75	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98	2,85	2,77	2,66	2,64	2,62	2,59	2,58	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,85	2,72	2,65	2,53	2,51	2,49	2,46	2,45	2,40
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80	2,75	2,62	2,54	2,43	2,40	2,38	2,35	2,34	2,30
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71	2,67	2,53	2,46	2,34	2,31	2,30	2,26	2,25	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70	2,65	2,60	2,46	2,39	2,27	2,24	2,22	2,19	2,18	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59	2,54	2,40	2,33	2,20	2,18	2,16	2,12	2,11	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,35	2,28	2,15	2,12	2,11	2,07	2,06	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55	2,49	2,45	2,31	2,23	2,10	2,08	2,06	2,02	2,01	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41	2,27	2,19	2,06	2,04	2,02	1,98	1,97	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42	2,38	2,23	2,16	2,03	2,00	1,98	1,94	1,93	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39	2,35	2,20	2,12	1,99	1,97	1,95	1,91	1,90	1,84
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37	2,32	2,18	2,10	1,96	1,94	1,92	1,88	1,87	1,81
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,40	2,34	2,30	2,15	2,07	1,94	1,91	1,89	1,85	1,84	1,78
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,44	2,37	2,32	2,27	2,13	2,05	1,91	1,88	1,86	1,82	1,81	1,76
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,36	2,30	2,25	2,11	2,03	1,89	1,86	1,84	1,80	1,79	1,73
25	4,24	3,39	2,99	2,76	2,60	2,49	2,40	2,34	2,28	2,24	2,09	2,01	1,87	1,84	1,82	1,78	1,77	1,71
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12	2,08	1,92	1,84	1,69	1,66	1,64	1,59	1,58	1,51
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,20	2,13	2,07	2,03	1,87	1,78	1,63	1,60	1,58	1,52	1,51	1,44
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,17	2,10	2,04	1,99	1,84	1,75	1,59	1,56	1,53	1,48	1,47	1,39
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,31	2,19	2,10	2,03	1,97	1,93	1,77	1,68	1,52	1,48	1,45	1,39	1,38	1,28
120	3,92	3,07	2,68	2,45	2,29	2,18	2,09	2,02	1,96	1,91	1,75	1,66	1,50	1,46	1,43	1,37	1,35	1,25
∞	3,84	3,00	2,60	2,37	2,21	2,10	2,01	1,94	1,88	1,83	1,67	1,57	1,39	1,35	1,32	1,24	1,22	1,00

Az F-eloszlás táblázata (p=0,975)

$v_2 \backslash v_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	40	50	60	100	120	∞
1	647,79	799,48	864,15	899,60	921,83	937,11	948,20	956,64	963,28	968,63	984,87	993,08	1005,60	1008,10	1009,79	1013,16	1014,04	1018,26
2	38,51	39,00	39,17	39,25	39,30	39,33	39,36	39,37	39,39	39,40	39,43	39,45	39,47	39,48	39,48	39,49	39,49	39,50
3	17,44	16,04	15,44	15,10	14,88	14,73	14,62	14,54	14,47	14,42	14,25	14,17	14,04	14,01	13,99	13,96	13,95	13,90
4	12,22	10,65	9,98	9,60	9,36	9,20	9,07	8,98	8,90	8,84	8,66	8,56	8,41	8,38	8,36	8,32	8,31	8,26
5	10,01	8,43	7,76	7,39	7,15	6,98	6,85	6,76	6,68	6,62	6,43	6,33	6,18	6,14	6,12	6,08	6,07	6,02
6	8,81	7,26	6,60	6,23	5,99	5,82	5,70	5,60	5,52	5,46	5,27	5,17	5,01	4,98	4,96	4,92	4,90	4,85
7	8,07	6,54	5,89	5,52	5,29	5,12	4,99	4,90	4,82	4,76	4,57	4,47	4,31	4,28	4,25	4,21	4,20	4,14
8	7,57	6,06	5,42	5,05	4,82	4,65	4,53	4,43	4,36	4,30	4,10	4,00	3,84	3,81	3,78	3,74	3,73	3,67
9	7,21	5,71	5,08	4,72	4,48	4,32	4,20	4,10	4,03	3,96	3,77	3,67	3,51	3,47	3,45	3,40	3,39	3,33
10	6,94	5,46	4,83	4,47	4,24	4,07	3,95	3,85	3,78	3,72	3,52	3,42	3,26	3,22	3,20	3,15	3,14	3,08
11	6,72	5,26	4,63	4,28	4,04	3,88	3,76	3,66	3,59	3,53	3,33	3,23	3,06	3,03	3,00	2,96	2,94	2,88
12	6,55	5,10	4,47	4,12	3,89	3,73	3,61	3,51	3,44	3,37	3,18	3,07	2,91	2,87	2,85	2,80	2,79	2,72
13	6,41	4,97	4,35	4,00	3,77	3,60	3,48	3,39	3,31	3,25	3,05	2,95	2,78	2,74	2,72	2,67	2,66	2,60
14	6,30	4,86	4,24	3,89	3,66	3,50	3,38	3,29	3,21	3,15	2,95	2,84	2,67	2,64	2,61	2,56	2,55	2,49
15	6,20	4,77	4,15	3,80	3,58	3,41	3,29	3,20	3,12	3,06	2,86	2,76	2,59	2,55	2,52	2,47	2,46	2,40
16	6,12	4,69	4,08	3,73	3,50	3,34	3,22	3,12	3,05	2,99	2,79	2,68	2,51	2,47	2,45	2,40	2,38	2,32
17	6,04	4,62	4,01	3,66	3,44	3,28	3,16	3,06	2,98	2,92	2,72	2,62	2,44	2,41	2,38	2,33	2,32	2,25
18	5,98	4,56	3,95	3,61	3,38	3,22	3,10	3,01	2,93	2,87	2,67	2,56	2,38	2,35	2,32	2,27	2,26	2,19
19	5,92	4,51	3,90	3,56	3,33	3,17	3,05	2,96	2,88	2,82	2,62	2,51	2,33	2,30	2,27	2,22	2,20	2,13
20	5,87	4,46	3,86	3,51	3,29	3,13	3,01	2,91	2,84	2,77	2,57	2,46	2,29	2,25	2,22	2,17	2,16	2,09
21	5,83	4,42	3,82	3,48	3,25	3,09	2,97	2,87	2,80	2,73	2,53	2,42	2,25	2,21	2,18	2,13	2,11	2,04
22	5,79	4,38	3,78	3,44	3,22	3,05	2,93	2,84	2,76	2,70	2,50	2,39	2,21	2,17	2,14	2,09	2,08	2,00
23	5,75	4,35	3,75	3,41	3,18	3,02	2,90	2,81	2,73	2,67	2,47	2,36	2,18	2,14	2,11	2,06	2,04	1,97
24	5,72	4,32	3,72	3,38	3,15	2,99	2,87	2,78	2,70	2,64	2,44	2,33	2,15	2,11	2,08	2,02	2,01	1,94
25	5,69	4,29	3,69	3,35	3,13	2,97	2,85	2,75	2,68	2,61	2,41	2,30	2,12	2,08	2,05	2,00	1,98	1,91
40	5,42	4,05	3,46	3,13	2,90	2,74	2,62	2,53	2,45	2,39	2,18	2,07	1,88	1,83	1,80	1,74	1,72	1,64
50	5,34	3,97	3,39	3,05	2,83	2,67	2,55	2,46	2,38	2,32	2,11	1,99	1,80	1,75	1,72	1,66	1,64	1,55
60	5,29	3,93	3,34	3,01	2,79	2,63	2,51	2,41	2,33	2,27	2,06	1,94	1,74	1,70	1,67	1,60	1,58	1,48
100	5,18	3,83	3,25	2,92	2,70	2,54	2,42	2,32	2,24	2,18	1,97	1,85	1,64	1,59	1,56	1,48	1,46	1,35
120	5,15	3,80	3,23	2,89	2,67	2,52	2,39	2,30	2,22	2,16	1,94	1,82	1,61	1,56	1,53	1,45	1,43	1,31
∞	5,02	3,69	3,12	2,79	2,57	2,41	2,29	2,19	2,11	2,05	1,83	1,71	1,48	1,43	1,39	1,30	1,27	1,00

Az F-eloszlás táblázata (p=0,98)

$v_2 \backslash v_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	40	50	60	100	120	∞
1	1012,5	1249,5	1350,5	1405,8	1440,6	1464,4	1481,8	1495,0	1505,4	1513,7	1539,0	1551,9	1571,4	1575,3	1578,0	1583,2	1584,6	1591,2
2	48,51	49,00	49,17	49,25	49,30	49,33	49,36	49,37	49,39	49,40	49,43	49,45	49,47	49,48	49,48	49,49	49,49	49,50
3	20,62	18,86	18,11	17,69	17,43	17,24	17,11	17,01	16,93	16,86	16,66	16,55	16,39	16,36	16,34	16,30	16,29	16,23
4	14,04	12,14	11,34	10,90	10,62	10,42	10,27	10,16	10,07	10,00	9,78	9,67	9,50	9,46	9,44	9,39	9,38	9,32
5	11,32	9,45	8,67	8,23	7,95	7,76	7,61	7,50	7,42	7,34	7,12	7,01	6,83	6,80	6,77	6,72	6,71	6,65
6	9,88	8,05	7,29	6,86	6,58	6,39	6,25	6,14	6,05	5,98	5,76	5,65	5,47	5,44	5,41	5,36	5,35	5,29
7	8,99	7,20	6,45	6,03	5,76	5,58	5,44	5,33	5,24	5,17	4,95	4,84	4,66	4,63	4,60	4,55	4,54	4,47
8	8,39	6,64	5,90	5,49	5,22	5,04	4,90	4,79	4,70	4,63	4,42	4,30	4,13	4,09	4,06	4,01	4,00	3,94
9	7,96	6,23	5,51	5,10	4,84	4,65	4,52	4,41	4,33	4,26	4,04	3,92	3,75	3,71	3,68	3,63	3,62	3,55
10	7,64	5,93	5,22	4,82	4,55	4,37	4,23	4,13	4,04	3,97	3,76	3,64	3,46	3,43	3,40	3,35	3,34	3,27
11	7,39	5,70	4,99	4,59	4,34	4,15	4,02	3,91	3,83	3,76	3,54	3,43	3,24	3,21	3,18	3,13	3,12	3,05
12	7,19	5,52	4,81	4,42	4,16	3,98	3,85	3,74	3,66	3,59	3,37	3,25	3,07	3,03	3,01	2,95	2,94	2,87
13	7,02	5,37	4,67	4,28	4,02	3,84	3,71	3,60	3,52	3,45	3,23	3,11	2,93	2,89	2,86	2,81	2,80	2,73
14	6,89	5,24	4,55	4,16	3,90	3,72	3,59	3,48	3,40	3,33	3,11	3,00	2,81	2,77	2,75	2,69	2,68	2,61
15	6,77	5,14	4,45	4,06	3,81	3,63	3,49	3,39	3,30	3,23	3,02	2,90	2,71	2,67	2,65	2,59	2,58	2,51
16	6,67	5,05	4,36	3,97	3,72	3,54	3,41	3,30	3,22	3,15	2,93	2,82	2,63	2,59	2,56	2,51	2,49	2,42
17	6,59	4,97	4,29	3,90	3,65	3,47	3,34	3,23	3,15	3,08	2,86	2,74	2,56	2,51	2,49	2,43	2,42	2,34
18	6,51	4,90	4,22	3,84	3,59	3,41	3,27	3,17	3,09	3,02	2,80	2,68	2,49	2,45	2,42	2,37	2,35	2,28
19	6,45	4,84	4,16	3,78	3,53	3,35	3,22	3,12	3,03	2,96	2,74	2,63	2,43	2,39	2,37	2,31	2,29	2,22
20	6,39	4,79	4,11	3,73	3,48	3,30	3,17	3,07	2,98	2,91	2,70	2,58	2,38	2,34	2,31	2,26	2,24	2,17
21	6,34	4,74	4,07	3,69	3,44	3,26	3,13	3,02	2,94	2,87	2,65	2,53	2,34	2,30	2,27	2,21	2,20	2,12
22	6,29	4,70	4,03	3,65	3,40	3,22	3,09	2,99	2,90	2,83	2,61	2,49	2,30	2,26	2,23	2,17	2,15	2,08
23	6,25	4,66	3,99	3,61	3,36	3,19	3,05	2,95	2,87	2,80	2,58	2,46	2,26	2,22	2,19	2,13	2,12	2,04
24	6,21	4,63	3,96	3,58	3,33	3,15	3,02	2,92	2,83	2,77	2,55	2,43	2,23	2,19	2,16	2,10	2,08	2,00
25	6,18	4,59	3,93	3,55	3,30	3,13	2,99	2,89	2,81	2,74	2,52	2,40	2,20	2,16	2,13	2,07	2,05	1,97
40	5,87	4,32	3,67	3,30	3,05	2,88	2,74	2,64	2,56	2,49	2,26	2,14	1,93	1,89	1,86	1,79	1,77	1,68
50	5,78	4,23	3,59	3,22	2,97	2,80	2,67	2,56	2,48	2,41	2,18	2,06	1,85	1,80	1,77	1,70	1,68	1,58
60	5,71	4,18	3,53	3,16	2,92	2,75	2,62	2,51	2,43	2,36	2,13	2,01	1,79	1,74	1,71	1,64	1,62	1,51
100	5,59	4,07	3,43	3,06	2,82	2,65	2,52	2,41	2,33	2,26	2,03	1,90	1,68	1,63	1,59	1,51	1,49	1,37
120	5,56	4,04	3,40	3,04	2,80	2,62	2,49	2,39	2,30	2,23	2,01	1,88	1,66	1,60	1,56	1,48	1,46	1,33
∞	5,41	3,91	3,28	2,92	2,68	2,51	2,37	2,27	2,19	2,12	1,88	1,75	1,51	1,45	1,41	1,31	1,28	1,00

Az F-eloszlás táblázata (p=0,99)

$v_2 \backslash v_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	40	50	60	100	120	∞
1	4052,2	4999,3	5403,5	5624,3	5764,0	5859,0	5928,3	5981,0	6022,4	6055,9	6157,0	6208,7	6286,4	6302,3	6313,0	6333,9	6339,5	6365,6
2	98,50	99,00	99,16	99,25	99,30	99,33	99,36	99,38	99,39	99,40	99,43	99,45	99,48	99,48	99,48	99,49	99,49	99,50
3	34,12	30,82	29,46	28,71	28,24	27,91	27,67	27,49	27,34	27,23	26,87	26,69	26,41	26,35	26,32	26,24	26,22	26,13
4	21,20	18,00	16,69	15,98	15,52	15,21	14,98	14,80	14,66	14,55	14,20	14,02	13,75	13,69	13,65	13,58	13,56	13,46
5	16,26	13,27	12,06	11,39	10,97	10,67	10,46	10,29	10,16	10,05	9,72	9,55	9,29	9,24	9,20	9,13	9,11	9,02
6	13,75	10,92	9,78	9,15	8,75	8,47	8,26	8,10	7,98	7,87	7,56	7,40	7,14	7,09	7,06	6,99	6,97	6,88
7	12,25	9,55	8,45	7,85	7,46	7,19	6,99	6,84	6,72	6,62	6,31	6,16	5,91	5,86	5,82	5,75	5,74	5,65
8	11,26	8,65	7,59	7,01	6,63	6,37	6,18	6,03	5,91	5,81	5,52	5,36	5,12	5,07	5,03	4,96	4,95	4,86
9	10,56	8,02	6,99	6,42	6,06	5,80	5,61	5,47	5,35	5,26	4,96	4,81	4,57	4,52	4,48	4,41	4,40	4,31
10	10,04	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,20	5,06	4,94	4,85	4,56	4,41	4,17	4,12	4,08	4,01	4,00	3,91
11	9,65	7,21	6,22	5,67	5,32	5,07	4,89	4,74	4,63	4,54	4,25	4,10	3,86	3,81	3,78	3,71	3,69	3,60
12	9,33	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	4,64	4,50	4,39	4,30	4,01	3,86	3,62	3,57	3,54	3,47	3,45	3,36
13	9,07	6,70	5,74	5,21	4,86	4,62	4,44	4,30	4,19	4,10	3,82	3,66	3,43	3,38	3,34	3,27	3,25	3,17
14	8,86	6,51	5,56	5,04	4,69	4,46	4,28	4,14	4,03	3,94	3,66	3,51	3,27	3,22	3,18	3,11	3,09	3,00
15	8,68	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	4,14	4,00	3,89	3,80	3,52	3,37	3,13	3,08	3,05	2,98	2,96	2,87
16	8,53	6,23	5,29	4,77	4,44	4,20	4,03	3,89	3,78	3,69	3,41	3,26	3,02	2,97	2,93	2,86	2,84	2,75
17	8,40	6,11	5,19	4,67	4,34	4,10	3,93	3,79	3,68	3,59	3,31	3,16	2,92	2,87	2,83	2,76	2,75	2,65
18	8,29	6,01	5,09	4,58	4,25	4,01	3,84	3,71	3,60	3,51	3,23	3,08	2,84	2,78	2,75	2,68	2,66	2,57
19	8,18	5,93	5,01	4,50	4,17	3,94	3,77	3,63	3,52	3,43	3,15	3,00	2,76	2,71	2,67	2,60	2,58	2,49
20	8,10	5,85	4,94	4,43	4,10	3,87	3,70	3,56	3,46	3,37	3,09	2,94	2,69	2,64	2,61	2,54	2,52	2,42
21	8,02	5,78	4,87	4,37	4,04	3,81	3,64	3,51	3,40	3,31	3,03	2,88	2,64	2,58	2,55	2,48	2,46	2,36
22	7,95	5,72	4,82	4,31	3,99	3,76	3,59	3,45	3,35	3,26	2,98	2,83	2,58	2,53	2,50	2,42	2,40	2,31
23	7,88	5,66	4,76	4,26	3,94	3,71	3,54	3,41	3,30	3,21	2,93	2,78	2,54	2,48	2,45	2,37	2,35	2,26
24	7,82	5,61	4,72	4,22	3,90	3,67	3,50	3,36	3,26	3,17	2,89	2,74	2,49	2,44	2,40	2,33	2,31	2,21
25	7,77	5,57	4,68	4,18	3,85	3,63	3,46	3,32	3,22	3,13	2,85	2,70	2,45	2,40	2,36	2,29	2,27	2,17
40	7,31	5,18	4,31	3,83	3,51	3,29	3,12	2,99	2,89	2,80	2,52	2,37	2,11	2,06	2,02	1,94	1,92	1,80
50	7,17	5,06	4,20	3,72	3,41	3,19	3,02	2,89	2,78	2,70	2,42	2,27	2,01	1,95	1,91	1,82	1,80	1,68
60	7,08	4,98	4,13	3,65	3,34	3,12	2,95	2,82	2,72	2,63	2,35	2,20	1,94	1,88	1,84	1,75	1,73	1,60
100	6,90	4,82	3,98	3,51	3,21	2,99	2,82	2,69	2,59	2,50	2,22	2,07	1,80	1,74	1,69	1,60	1,57	1,43
120	6,85	4,79	3,95	3,48	3,17	2,96	2,79	2,66	2,56	2,47	2,19	2,03	1,76	1,70	1,66	1,56	1,53	1,38
∞	6,63	4,61	3,78	3,32	3,02	2,80	2,64	2,51	2,41	2,32	2,04	1,88	1,59	1,52	1,47	1,36	1,32	1,00

A χ^2 eloszlás táblázata

Szf.	0,005	0,01	0,025	0,05	0,10	0,25	0,50	0,75	0,90	0,95	0,975	0,99	0,995
1	0,0000	0,0002	0,0010	0,039	0,0158	0,102	0,455	1,32	2,71	3,84	5,02	6,63	7,88
2	0,0100	0,0201	0,0506	0,103	0,211	0,575	1,39	2,77	4,61	5,99	7,38	9,21	10,6
3	0,072	0,115	0,216	0,352	0,584	1,21	2,37	4,11	6,25	7,81	9,35	11,3	12,8
4	0,207	0,297	0,484	0,711	1,06	1,92	3,36	5,39	7,78	9,49	11,1	13,3	14,9
5	0,412	0,554	0,831	1,15	1,61	2,67	4,35	6,63	9,24	11,1	12,8	15,1	16,7
6	0,676	0,872	1,24	1,64	2,20	3,45	5,35	7,84	10,6	12,6	14,4	16,8	18,5
7	0,989	1,24	1,69	2,17	2,83	4,25	6,35	9,04	12,0	14,1	16,0	18,5	20,3
8	1,34	1,65	2,18	2,73	3,49	5,07	7,34	10,2	13,4	15,5	17,5	20,1	22,0
9	1,73	2,09	2,70	3,33	4,17	5,90	8,34	11,4	14,7	16,9	19,0	21,7	23,6
10	2,16	2,56	3,25	3,94	4,87	6,74	9,34	12,5	16,0	18,3	20,5	23,2	25,2
11	2,60	3,05	3,82	4,57	5,58	7,58	10,3	13,7	17,3	19,7	21,9	24,7	26,8
12	3,07	3,57	4,40	5,23	6,30	8,44	11,3	14,8	18,5	21,0	23,3	26,2	28,3
13	3,57	4,11	5,01	5,89	7,04	9,30	12,3	16,0	19,8	22,4	24,7	27,7	29,8
14	4,07	4,66	5,63	6,57	7,79	10,2	13,3	17,1	21,1	23,7	26,1	29,1	31,3
15	4,60	5,23	6,26	7,26	8,55	11,0	14,3	18,2	22,3	25,0	27,5	30,6	32,8
16	5,14	5,81	6,91	7,96	9,31	11,9	15,3	19,4	23,5	26,3	28,8	32,0	34,3
17	5,70	6,41	7,56	8,67	10,1	12,8	16,3	20,5	24,8	27,6	30,2	33,4	35,7
18	6,26	7,01	8,23	9,39	10,9	13,7	17,3	21,6	26,0	28,9	31,5	34,8	37,2
19	6,84	7,63	8,91	10,1	11,7	14,6	18,3	22,7	27,2	30,1	32,9	36,2	38,6
20	7,43	8,26	9,59	10,9	12,4	15,5	19,3	23,8	28,4	31,4	34,2	37,6	40,0
21	8,03	8,90	10,3	11,6	13,2	16,3	20,3	24,9	29,6	32,7	35,5	38,9	41,4
22	8,64	9,54	11,0	12,3	14,0	17,2	21,3	26,0	30,8	33,9	36,8	40,3	42,8
23	9,26	10,2	11,7	13,1	14,8	18,1	22,3	27,1	32,0	35,2	38,1	41,6	44,2
24	9,89	10,9	12,4	13,8	15,7	19,0	23,3	28,2	33,2	36,4	39,4	43,0	45,6
25	10,5	11,5	13,1	14,6	16,5	19,9	24,3	29,3	34,4	37,7	40,6	44,3	46,9
26	11,2	12,2	13,8	15,4	17,3	20,8	25,3	30,4	35,6	38,9	41,9	45,6	48,3
27	11,8	12,9	14,6	16,2	18,1	21,7	26,3	31,5	36,7	40,1	43,2	47,0	49,6
28	12,5	13,6	15,3	16,9	18,9	22,7	27,3	32,6	37,9	41,3	44,5	48,3	51,0
29	13,1	14,3	16,0	17,7	19,8	23,6	28,3	33,7	39,1	42,6	45,7	49,6	52,3
30	13,8	15,0	16,8	18,5	20,6	24,5	29,3	34,8	40,3	43,8	47,0	50,9	53,7
40	20,7	22,2	24,4	26,5	29,1	33,7	39,3	45,6	51,8	55,8	59,3	63,7	66,8
50	28,0	29,7	32,4	34,8	37,7	42,9	49,3	56,3	63,2	67,5	71,4	76,2	79,5
60	35,5	37,5	40,5	43,2	46,5	52,3	59,3	67,0	74,4	79,1	83,3	88,4	92,0
70	43,3	45,4	48,8	51,7	55,3	61,7	69,3	77,6	85,5	90,5	95,0	100,4	104,2
80	51,2	53,5	57,2	60,4	64,3	71,1	79,3	88,1	96,6	101,9	106,6	112,3	116,3
90	59,2	61,8	65,6	69,1	73,3	80,6	89,3	98,6	107,6	113,1	118,1	124,1	128,3
100	67,3	70,1	74,2	77,9	82,4	90,1	99,3	109,1	118,5	124,3	129,6	135,8	140,2