A SPEKTRUM FINOM SZERKEZETÉNEK MEGHATÁROZÁSA KÉTSUGARAS INTERFEROGRAM ALAPJÁN

DR. MÁRKUS JENŐ

(Közlésre érkezett: 1970. november 3.)

A spektrumok finom szerkezetének tanulmányozására az interferencia-spektroszkópiában vagy a *Fabry—Perot*-féle interferométert, vagy a *Lummer—Gercke* lemezt szokás használni. Mindkettő a soksugaras interferométerek csoportjába tartozik. A spektrális finom szerkezetre azonban a kétsugaras interferométerekkel felvett interferogramból is következtethetünk. Míg azonban a soksugaras interferogramoknál annak már kis, zavartalan szakaszából (diszperzió-tartomány) is meghatározható a spektrum finom szerkezete, a kétsugaras interferogramoknál azok elegendő hosszú szakaszának vizsgálata szükséges, mivel a hullámhossz-különbségek lebegések formájában jelentkeznek. Ha ugyanis egy dublett-vonal közepes hullámhossza λ, a hullámhossz-különbség $\Delta\lambda$, a lebegés maximumai és minimumai $2\lambda/\Delta\lambda$ számú csík-különbséggel következnek egymás után. Az alábbiakban röviden azzal foglalkozunk, hogyan határozható meg egy kétsugaras interferogramból a spektrális finom szerkezet.

Egy spektrum interferogramba való átszámítása matematikailag a *Fourier*-féle integrál-tétel inverzió formulájával lehetséges [1]. Az alkalmazandó tétel így szól: legyen $f(u)$ egy zárt intervallumban folytonos függvény, amely eleget tesz a *Dirichlet*-féle feltételnek (az intervallum felbontható véges számú részintervallumra, amelyekben $f(u)$ monoton), ha:

$$g(v)=\frac{1}{2\pi}\cdot\int_{-\infty}^{\infty} f(u)\cdot e^{-i u \cdot v}\, du \tag{1}$$

van definiálva, akkor:

$$f(u)=\frac{1}{2\pi}\cdot\int_{-\infty}^{\infty} g(v)\cdot e^{i u \cdot v}\, dv. \tag{2}$$

A $g(v)$ és az $f(u)$ az ún. Fourier-féle függvénypárok. A $g(v)$-re az alábbi feltételek teljesüljenek még:

a) a $g(v)$ a v-nek egyértékű függvénye legyen a $-\infty < v < \infty$ intervallumban;

b) az $\int\limits_{-\infty}^{\infty} g(v) \cdot dv$ létezzék;

c) a $g(v)$-nek lehet véges számú szakadása (ugrása). Ha egy ilyen ugrás a v_0-nál van, ott

$$g(v) = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{1}{2} \cdot [g(v_0 + \varepsilon) + g(v_0 - \varepsilon)]$$

legyen a függvényérték.

Alkalmazzuk a fenti tételt két koherens fényhullámra, amelyek között δ útkülönbség van. Legyen az egyik hullám amplitúdó függvénye $a(\omega)$, a másiké $\varrho \cdot a(\omega)$, ahol $0 < \varrho < 1$ az optikai berendezés transzmissziója következtében előálló gyengítési arány. Írják le a két hullámvonulatot a z tengely mentén az

$$f_1\left(\frac{z}{c}\right) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} a(\omega) \cdot e^{i \cdot \frac{\omega z}{c}} \cdot d\omega, \tag{3}$$

$$f_2\left(\frac{z}{c}\right) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \varrho \cdot a(\omega)\, e^{i\omega \cdot \frac{z-\delta}{c}} \cdot d\omega = \varrho \cdot e^{-i\frac{\omega\delta}{c}} \cdot f_1\left(\frac{z}{c}\right) \tag{4}$$

függvények. Ezek szuperpozíciója következtében előálló eredő hullámvonulatot a:

$$F\left(\frac{z}{c}\right) = f_1\left(\frac{z}{c}\right) + f_2\left(\frac{z}{c}\right) = \left[1 + \varrho \cdot e^{-i\frac{\omega\delta}{c}}\right] \cdot f_1\left(\frac{z}{c}\right) \tag{5}$$

függvény írja le. Úgy az $f_1\left(\frac{z}{c}\right)$, mint az $f_2\left(\frac{z}{c}\right)$, s ezért a $F\left(\frac{z}{c}\right)$ is egy zárt intervallumban folytonosak, annak részintervallumaiban monotonok, s így megfelelnek a Fourier-féle függvénypár $f(u)$ függvényének.

A ϱ-t és a δ-t ω-tól függetlennek tekintve, a $g(v)$-t így definiálhatjuk:

$$g(v) = \sqrt{2\pi} \cdot a(\omega) \tag{6}$$

Alkalmazva (3), (4), és (5)-re az (1) és (2)-vel megadott inverzió-formulát, és felhasználva (6)-t, kapjuk:

$$a(\omega)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} f_1\left(\frac{z}{c}\right)\cdot e^{-i\omega\frac{z}{c}}\cdot d\left(\frac{z}{c}\right), \tag{3, a}$$

$$\varrho\cdot a(\omega)=\varrho\cdot e^{-i\frac{\omega\delta}{c}}\cdot\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} f_1\left(\frac{z}{c}\right)\cdot e^{-i\omega\frac{z}{c}}\cdot d\left(\frac{z}{c}\right), \tag{4, a}$$

$$a(\omega)\cdot\left|1+\varrho\cdot e^{-i\omega\frac{\delta}{c}}\right|=\frac{1}{2\pi}\cdot\int_{-\infty}^{\infty} F\left(\frac{z}{c}\right)\cdot e^{-i\omega\frac{z}{c}}\cdot d\left(\frac{z}{c}\right). \tag{5, a}$$

Vagyis az eredő fényhullám amplitúdó függvényére:

$$A(\omega)=a(\omega)\cdot\left|1+\varrho\cdot e^{-i\omega\frac{\delta}{c}}\right| \tag{7}$$

adódik.

Eredményünket speciálisan a *Michelson*-féle interferométerre alkalmazva, és feltéve, hogy a $\varrho=1$, vagy legalább is jó megközelítéssel ez megvalósítható (vagyis az osztóprizmából kilépő és interferáló két fényhullám intenzitása egymáshoz viszonyítva mindig egyenlő), kapjuk (7)-ből az eredő spektrális intenzitására, mivel az az amplitúdó négyzetével arányos:

$$I(\omega)\sim a^2(\omega)\cdot\left|1+\cos\frac{\omega\delta}{c}\right|. \tag{8}$$

Ez az egyenlet az eredő intenzitást a két egyenlő intenzitású interferáló fényhullám közötti δ útkülönbség függvényében írja le. Meghatározhatjuk ezért az interferáló fényhullámok spektrumát, mint a δ útkülönbség függvényét. A teljes intenzitás (8) szerint:

$$I_T\sim\int_0^{\infty} a^2(\omega)\cdot d\,\omega+\int_0^{\infty} a^2(\omega)\cdot\cos\frac{\omega\,\delta}{c}\cdot d\,\omega \quad I_0(\delta) \tag{9}$$

jelöléssel, ahol $I_0(\delta)$ az intenzitást a δ útkülönbség függvényében írja le.

Itt is feltéve, mint már előbb is, hogy az interferométer transzmissziója ω-tól független és értéke mindig egységnyi ($\varrho = 1$), $\delta = 0$ esetén:

$$I_0(o) \sim 2 \cdot \int_0^\infty a^2(\omega) \cdot d\,\omega \tag{10}$$

adódik. Elég nagy δ-ra és nem monokromatikus spektrum esetén:

$$\frac{1}{2} \cdot I_0(o) \sim \int_0^\infty a^2(\omega) \cdot d\,\omega \tag{10 a}$$

ezért:

$$h(\delta) = I_0(\delta) - \frac{1}{2} \cdot I_0(o) \sim \int_0^\infty a^2(\omega) \cdot \cos\frac{\omega\,\delta}{c} \cdot d\,\omega \tag{11}$$

az intenzitást δ függvényeként írja le. Ez a $h(\delta)$ függvény a kétsugaras interferogram, amely az interferencia-tér egy jól megválasztott pontjában mint δ *kihuzathossz* függvénye detektálható.

Ha $h(\delta)$-ra a (11) és $I(\delta)$-ra (8) a Fourier-féle inverziós formulát (ahol is $h(\delta)$ megfelel a $g(v)$, $I(\omega)$ az $f(u)$ függvénynek) az alábbi összefüggésben alkalmazzuk:

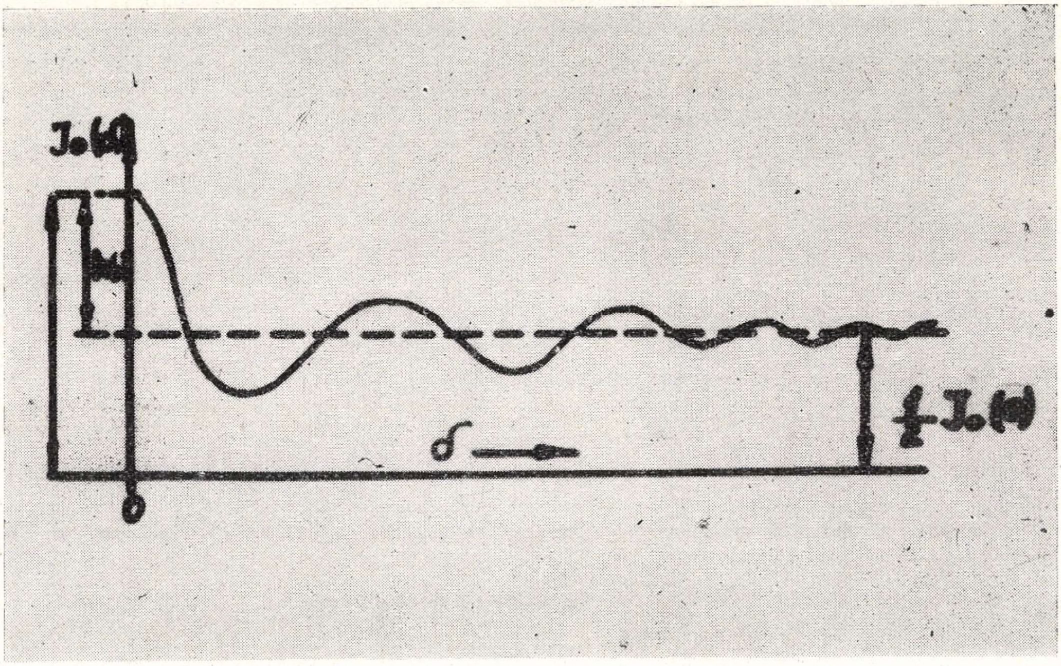
$$g(v) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \int_0^\infty f(u) \cdot \cos u\,v \cdot du, \tag{12}$$

a számítás az alábbi eredményre vezet:

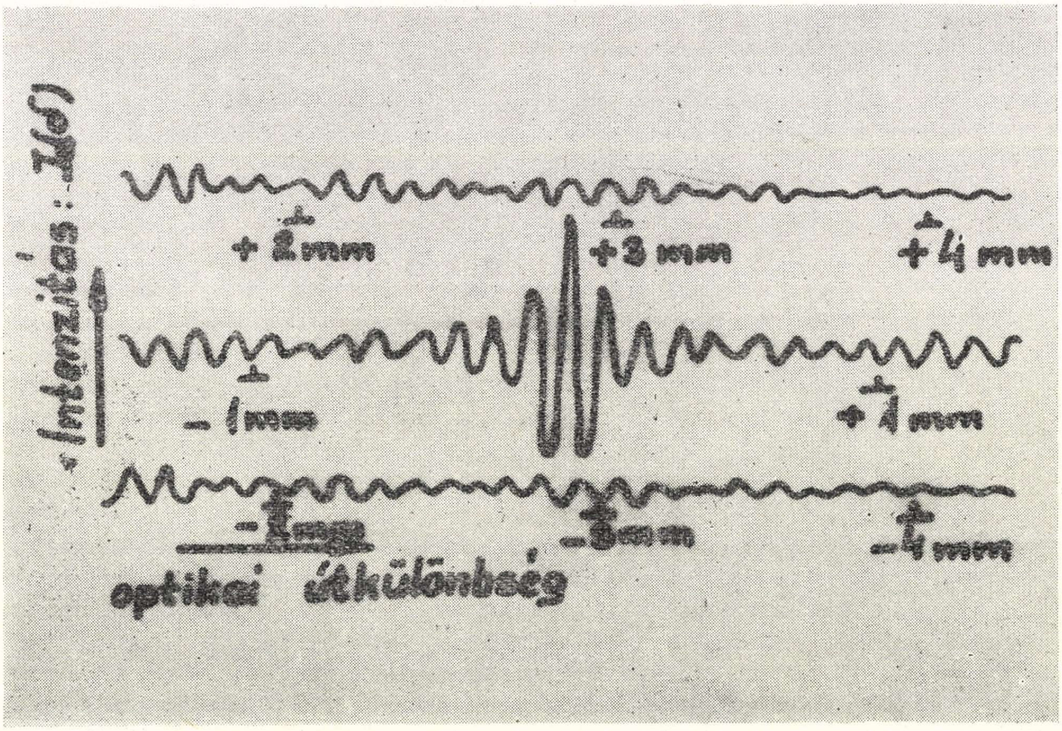
$$I(\omega) \sim \int_0^\infty h(\delta) \cdot \cos\frac{\omega\delta}{c} \cdot d\,\delta, \tag{13}$$

ami a keresett spektrális összefüggést adja.

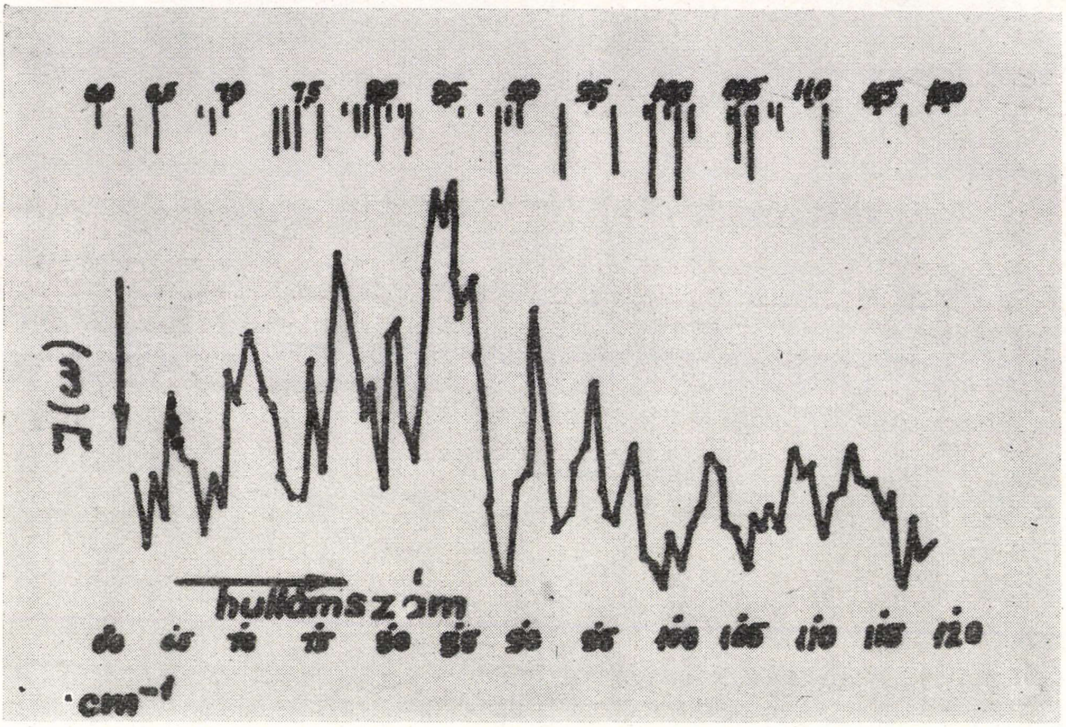
Ilyen kétsugaras interferogram elvi rajzát mutatja az 1. ábra. A 2. ábra egy távoli infravörös tartományban egy *Strong* és *Mc Cubbin* által készített interferométerrel felvett kétsugaras interferogramot mutat, amelyhez a spektrális eloszlást a 3. ábra adja meg. A vonalak abszorpciós vonalak, mivel a sugarak vízgőzön haladtak át.



1. ábra


Intenzitás : I(δ)
+ 2 mm
+ 3 mm
+ 4 mm
– 1 mm
+ 1 mm
– 2 mm
– 3 mm
– 4 mm
optikai útkülönbség

2. ábra



3. ábra

Ez a dolgozat a fizikai tanszék bejelentett és elfogadott tudományos témájának egy részterületéről összefoglaló referátum jellegével bír. Az irodalomban fellelhető matematikai gondolatmenetet a szerző a közlés céljából egyszerűsíteni és egységesíteni igyekezett.

IRODALOM

[1] a) Frank—Mises: A mechanika és fizika differenciál és integrál egyenletei, I. kötet, IV/3. pont, 215. oldal.
b) Strong, J: Concepts of Classical Optics. Appendix: F, 42. oldal.
[2] Márkus Jenő: Adalékok a Michelson-féle interferométer elméletéhez és gyakorlati alkalmazásaihoz. Egyetemi doktori dolgozat. Eger, 1968.

ÜBER DIE BESTIMMUNG DER FEINSTRUKTUR EINES SPEKTRUMS MITTELS ZWEISRAHL-INTERFEROGRAMMS

DR. JENŐ MÁRKUS

In diesem zusammenfassenden Referat beschäftigt sich der Autor damit, wie man aus dem Interferogramm eines Zweistrahl-Interferometers die Spektrumlinien auswärtigen kann. Seine Resultate verwendet man zum Michelsons-Interferometer und in Textabbildungen stellt man die Verknüpfung zwischen dem Interferogramm und Spektrallinien dar.