

## Matematikafeladatok érdekessége, nehézsége a tanulók szemszögéből

Orosz Gyuláné (EKTF, Hungary)

**Abstract:** This paper deals with pupils' conceptions about interest and difficulty of the mathematical problems. It consists of the choosing of this topic, the framework of the study, research methods and equipments, some results and summary of it.

Jelen tanulmányunkban egyéni PhD hallgatóként végzett kutatómunkánk néhány eredményéről számolunk be. Vizsgálatunk a matematikai képességstruktúrák, motivációs helyzetek és a köztük lévő összefüggések elemzésére irányul, amely a debreceni Kossuth Lajos Tudományegyetem Alkalmazott pszichológiai alprogramhoz kapcsolódik.

### 1. A téma választásáról

A matematikaoktatásban az új tanterv bevezetését követően is központi szerepet játszik a problémamegoldó gondolkodás fejlesztése. A gondolkodásfejlesztő módszertani szabályok közül igen lényeges az önálló feladatmegoldás gyakorlása, a matematikai feladatmegoldó képesség fejlesztése. A gondolkodás gyakorlásában rendkívül fontos szerepe van a motivációnak. Nem csak megerősítő szerepét kell figyelembe venni, hanem indító és menet közbeni fenntartó hatását is. Ezért is fontos a matematikaoktatás minden szintjén a feladatok kiválasztásának pszichológiai szempontjait szem előtt tartani. A matematikaversenyek, tanítási órák, felvételi vizsgák feladatsorainak összeállításakor lényegesnek tartjuk a feladatok megfelelő nehézségét és kellő érdekességét.

Tanítási tapasztalataink és az óralátogatások, tanulói munkák elemzése arról győzött meg bennünket, hogy a 10-14 éves tanulóknál igen fontos szerepe van e két tényezőnek egy kedvező motivációs bázis megteremtéséhez.

E gondolatok inspiráltak bennünket, hogy a tanulók véleménye alapján elemezzük a matematikafeladatok érdekességét és nehézségét.

### 2. A vizsgálat háttéréről

A MAVI (Mathematical Views) kutatócsoport Günter Törner (Németország, Duisburg) és Erkki Pehkonen (Finnország, Helsinki) kutatók vezetésével olyan vizsgálatokat folytat, amelyek kitérnek arra, hogy a tanárok és diákok hogyan vélekednek a matematikáról és a matematika oktatásáról. Célirányos vizsgálataink azt mutatják, hogy a matematika tanulásának sikerességére jelentős hatással van az, hogy a tanulók hogyan vélekednek e kérdéstről. Schoenefeld (1985) rámutatott, hogy a matematika hatékony elsajátításának gátja lehet az a „hiedelemrendszer”, amely a gyerekekben él a matematikáról és annak oktatásáról. Borasi (1990) azt hangsúlyozta, hogy azok a tanulók, akiknek szigorú és negatív irányú véleményük

van a matematikaoktatásról, könnyen passzívvá válnak, és a megértésnél erősebben hangsúlyozzák a memória szerepét a matematika tanulásában. Erkki Pehkonen és Tompa Klára (1994) Magyarország és Finnország matematikaoktatását hasonlították össze a tanulók véleménye alapján. Vizsgálatukhoz Bernd Zimmermann, a német matematikaoktatás egyik kutatója által összeállított kérdőívet használtak, amelyet egy német—finn közös vizsgálatához fejlesztettek ki (Pehkonen—Zimmermann, 1990). Eredményeik azt mutatják, hogy a tanulók véleményei hűen tükrözik az adott ország matematika oktatásának jellemzőit.

A Helsinki Egyetem Tanárképző Karán számos válaszra váró kutatási kérdés fogalmazódott meg e területhez kapcsolódva: Vajon hogyan vélekednek ma a gyerekek a matematikáról, a matematika tanításáról? Mit és hogyan kérdezzünk, hogy hiteles, pontos képet kapjunk? Milyen összefüggésben vannak a tanulói teljesítmények a tanulók nézeteivel? E kérdések keltették fel érdeklődésünket a kutatócsoport munkája iránt, s jeleztük bekapcsolódási szándékunkat Erkki Pehkonen professzornak, aki rendelkezésünkre bocsátott néhány szakirodalmat és bibliográfiát amelyek segítettek a vizsgálati eszközünk kiválasztásában.

### 3. A vizsgálat körülményei, résztvevői

Vizsgálatunkat az 1998—1999-es tanévben Mezőcsáton és Tiszaújvárosban megrendezésre kerülő matematika versenyen végeztük, amelybe összesen 784 tanulót vontunk be, akik Sajószöged, Ároktő, Encs, Emőd, Tiszakeszi, Hejőcsaba, Gelej, Mezőcsát, Tiszaújváros 5—8. osztályos tanulói.

A tanulók évfolyamok és nemek szerinti eloszlási táblázata

Osztályok	Fiú	Lány	Összesen
5. oszt.	101	87	188
6. oszt.	106	74	180
7. oszt.	102	84	186
8. oszt.	69	50	119
Összesen	376	297	673

### 4. A vizsgálat eszköze, célja, feladatok

Vizsgálatunkhoz nem a német—finn vizsgálatához kifejlesztett kérdőívet használtuk, hanem a tanulók véleményét tisztán matematikafeladatokon keresztül próbáltuk feltárni az érdekesség és nehézség vonatkozásában. A matematikaverseny keretében, miután a tanulók befejezték a feladatok megoldását arra kértük őket, hogy egy ötfokozatú skálán pontozzák a feladatokat az alábbiak szerint:

igen érdekes (5 pont),

érdekes (4 pont),

közepes érdekességű (3 pont),

kissé érdekes (2 pont),  
nem érdekes (1 pont).

A nehézség vonatkozásában hasonlóan kértük a tanulók véleményét:

igen nehéz (5 pont),  
nehéz (4 pont),  
közepes nehézségű (3 pont),  
kissé nehéz (2 pont),  
könnyű (1 pont).

A feladatok kiválasztásának két -általunk fontosnak tartott- pszichológiai szempontjáról kettős céllal kértük a tanulók véleményét. Ezért a matematikai érdeklődésterminus feltérképezését és a feladatok nehézségének tanulói megítélését helyeztük vizsgálatunk középpontjába. E hét aspektust azért tartjuk fontosnak, mert tisztázatlan még, hogy a korosztályt mely matematikai tartalmak, milyen típusú problémák érdeklik leginkább. A feladatok nehézségének megítélése pedig az elért teljesítményben jelentős.

Nézőpontunk szerint a tanulók feladat iránti attitűdjét, a nehézségi szintről kialakított véleményét célszerű figyelembe venni a feladatok konstruálásakor.

### 5. OSZTÁLYOS FELADATOK

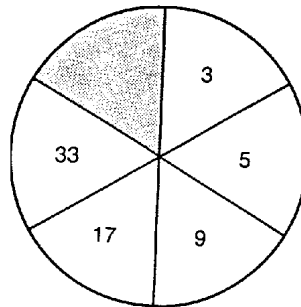
1. A hangya olyan erős, hogy a saját tömegénél 50-szer nehezebb tárgyat képes felemelni. Tegyük fel, hogy egy tanuló 3-szor olyan erős, mint a hangya. Hány lovat képes felemelni (hány „lóerős”?), ha a tanuló tömege 36 kg, a ló tömege 450 kg?

2. Fogalmazz meg szabályt és pótold a hiányzó számokat az ábrák alapján!

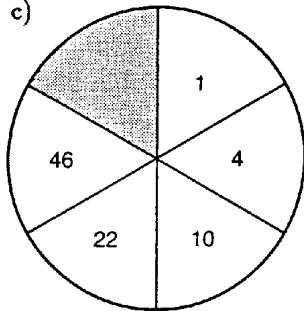
a)

9	81	90
8	64	72
5		

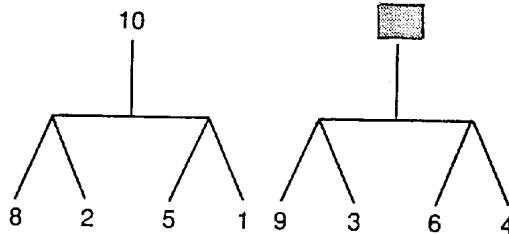
b)



c)



d)



3. Egy kis elefánt és egy nagy egér futásban versenyeznek egy 2400 m hosszú pályán. Mindketten egyszerre indulnak a START vonaltól. A kis elefánt 10 perc múlva a pálya  $\frac{2}{5}$  részéig, a nagy egér a  $\frac{3}{8}$  részénél 100 m-rel távolabb jutott. Melyikük jutott messzebbre? Mennyi volt a távolság közöttük 20 perc múlva?

4. Egy téglatest térfogata  $18 \text{ dm}^3$ . Minden élének hossza egész szám. Keresd meg az összes ilyen téglatestet! Határozd meg az élek hosszát! Számítsd ki a téglatestek felszínét!

## 5. Az 5. osztályos feladatok elemzése az érdekesség, nehézség szerint

### 1. feladat:

Ezt a verbálisan kifejezett aritmetikai problémát alkalmasnak tartjuk arra, hogy a motiváció erősítésének funkcióját is betöltse. Feltételezzük, hogy a tanulók is érdekesnek vélik a szövegezését; mert szokatlan, meglepő adatokat tartalmaz, érdeklődést felkeltő a megfogalmazása, a tanulókhöz közel álló problémákkal foglalkozik.

A feladatot az átlagosnál nehezebbnek véljük. A gondolkodási műveletek szempontjából rutineljárást igénylő szöveges típusú, mert a szövegértés alapján egyszerű műveletek felismerése és elvégzése a tanulók teendője, ami ebben az életkorban (11-12 év) elvárható. Nehézség jelentkezik a megoldáskor a probléma megértésében, mert a tanulók többségénél azt tapasztaljuk, hogy járatlanok a feladatok elemzésében.

### 2. feladat:

Úgy gondoljuk, hogy ez a feladat is felkelti a tanulók érdeklődését, mert nem szokványos, hogy a „bűvös” alakzatokba kell beírni a hiányzó számokat a megfogalmazott szabály alapján.

A feladatot az átlagosnál könnyebbnek véljük. A megoldáshoz az induktív gondolkodási képesség szükséges, amely a matematikai problémák megoldásában igen fontos. Nehézséget okozhat a szabályok verbális megfogalmazása.

### 3. feladat:

Ezt a problémát azért tartjuk érdekesnek, mert figyelmet lekötő a tartalma, újszerű a megfogalmazása, a megoldás szokatlan eredményre vezet, például: a nagy egér messzebbre jut, mint a kis elefánt.

Nehézséget jelent a feladat összetett szövegezése. Több különböző ismeret együttes felidézését és különböző műveletek elvégzését, matematikai modell felismerését és alkalmazását igényli a megoldás. Az 5. osztályos tanulók többsége mindezekre még nem képes. Ennél a feladatnál alacsony teljesítmési nívóra számítunk. Azt feltételezzük, hogy azok a tanulók oldják meg a problémát akik matematikából igen jó képességűek.

### 4. feladat:

Úgy véljük, hogy ez a feladat felkelti a tanulók érdeklődését, mert nem szokványos geometriai számításához kapcsolódik. Adott térfogatú téglatest éleit kell

meghatározni majd kiszámítani a téglatest felszínét. A tanulók számára úgy tűnhet, hogy a megadott egyetlen adatból ez nem lehetséges.

Nehéznek tartjuk a problémát mind a matematikai tartalom, mind a gondolkodási műveletek szempontjából. Az aritmetika, számelmélet, algebra és geometria témakörök fogalmainak, szabályainak együttes felidézése, alkalmazása, összetett gondolkodási művelet elvégzése szükséges a megoldáshoz.

## 6. Néhány eredmény és azok elemzése

A továbbiakban az 5. osztályos adatokat elemezzük azok statisztikai feldolgozása alapján.

### Érdekességi mutatók

Érdekesség	Összes	Átlag	Szórás
1. feladat	752	4,000	0,953
2. feladat	762	4,053	1,122
3. feladat	704	3,744	1,249
4. feladat	639	3,398	1,461

Maximális pontszám: 940  $N = 188$

#### 1. táblázat

Az 1. táblázat azt mutatja, hogy a tanulók minden feladat érdekességére igen magas pontszámot adtak. Ez igazolja a feladatok érdekességének elemzésekor megfogalmazott feltételezésünket. A tanulók minden feladatot érdekesebbnek vélnek az átlagosnál. A táblázatból megállapítjuk a feladatok érdekességi sorrendjét. A legérdekesebbnek a 2. feladatot tartják, majd igen kis eltéréssel az 1. feladatot, amit a 3. feladat követ, s legkevesbé érdekes számukra a 4. feladat. Válaszaikból következtethetünk a matematikai érdeklődésterminusra. Megállapíthatjuk, hogy mely matematikai tartalmak érdeklik őket leginkább, s melyek kevésbé.

A tanulók fokozottan érdeklődnek az aritmetika, algebra, sorozatok témakörök feladatai iránt. Kevésbé érdekli őket a geometriai számításokkal kapcsolatos probléma. Az okok hátterében az állhat, hogy a tanterv kevesebb hangsúlyt helyez erre a tartalomra 5. osztályban.

A tanulók válaszaik hierarchikus képet mutatnak. Minden feladatnál előfordulnak egymásnak ellentmondó tanulói vélemények is. Mindezek feltételezhető oka a tanulók életkori sajátosságaiban fellelhető. A fejlődéslélektan szerint a tanulók ebben az életkorban még nem rendelkeznek kellő kritikai érzékkel, nem képesek önállóan véleményt formálni.

Összességében megállapíthatjuk, hogy a tanulók nézetei tükrözik a szakzsűri véleményét a feladatok érdekességéről.

### Nehézségi mutatók

Nehézség	Összes	Átlag	Szórás
1. feladat	508	2,702	1,299
2. feladat	538	2,862	1,388
3. feladat	656	3,489	1,322
4. feladat	704	3,744	4,000

Maximális pontszám: 940  $N = 188$

#### 2. táblázat

A 2. táblázatban lévő pontszámokból megállapíthatjuk, hogy az 1. és 2. feladatot az átlagosnál könnyebbnek, a 3. és 4. feladatot pedig nehezebbnek vélik.

A feladatsort a tanulók fokozatosan nehezedőnek tartják. Véleményük szerint az 1. feladat a legkönnyebb, a 2. feladat valamivel nehezebb. A nehézségi pontszámok mutatói differenciáltabban jelzik a tanulók nézeteit, mint az érdekesség esetében. A 4. feladatot sokkal nehezebbnek vélik, mint az elsőt, amit a pontszámok jelentős különbsége igazol. A matematikai tartalom szempontjából a tanulók könnyűnek érzékelik a rutin szöveges (1.) és a sorozatok (2.) témakörbe tartozó feladatokat és nehéznek tartják a problémamegoldó gondolkodás-típusú összetett szöveges aritmetika (3.) és geometriai számításos (4.) feladatokat.

A feladatok nehézségét a tanulók jól ítélik meg, amelyben tükröződnek a gondolkodási műveletek, műveletegyüttesek életkori szintjei.

### A tanulók feladatokban elért pontszámai, teljesítmény

Pontszámok	Elérhető	Elért	Teljesítmény (%)
1. feladat	1504	537	35,50
2. feladat	1880	908	48,29
3. feladat	2256	704	31,21
4. feladat	2632	505	19,18

$N=188$

#### 3. táblázat

A feladatokban elért pontszámok alapján meghatározhatjuk a tanulók teljesítményét. Összeségében megállapíthatjuk, hogy a teljesítettségű név mind a négy feladatban alacsony, mert nem éri el az 50%-ot. A tanulók a 2. feladatban érték el a legjobb teljesítményt ami 48,29% majd az első feladat következik, amelyben 35,5%, a 3. feladatban 31,21% s végül a 4.-ben 19,18% a teljesítmény. A fentiek azt jelentik, hogy a pontszámok összhangban vannak a feladatok nehézségi szintjével.

**Korrelációértékek a feladatok pontszámai és nehézsége között**

F1P – F1N	-0,191**	$p < 0,01$
F2P – F2N	-0,047	nem szignifikáns
F3P – F3N	-0,060	nem szignifikáns
F4P – F4N	-0,192**	$p < 0,01$

A feladatok pontszáma és nehézsége közötti negatív korrelációs értékek azt jelentik, hogy a tanulók az általuk nehezebbnek vélt feladatokban valóban alacsonyabb pontszámot értek el.

Az 1. és 4. feladat esetén szignifikáns negatív az összefüggés, míg a 2. és 4.-nél negatív, de nem szignifikáns a kapcsolat. Az általuk vizsgált 4. feladat esetében a kapott eredmények azt mutatják, hogy érdemes a tanulók véleményét figyelembe venni, mert azok ismeretében jó becslést adhatunk a várható teljesítményre.

A feladatsorok tervezésekor igen lényeges pszichológiai és szakdidaktikai szempont, hogy legyen könnyebb, közepes és az átlagosnál nehezebb feladat, a nehézségi nívó feleljen meg a tanulók tudásszintjének, életkori jellemzőinek, amelyekre az elemzéskor már utaltunk.

**Korrelációértékek a feladatok pontszámai és érdekessége között**

F1P – F1E	0,204**	$p < 0,01$
F2P – F2E	0,234**	$p < 0,01$
F3P – F3E	0,255**	$p < 0,01$
F4P – F4E	0,046	nem szignifikáns

A pontszámok és érdekesség közötti pozitív korrelációs értékek azt mutatják, hogy minél érdekesebb a feladat a tanulók számára, annál magasabb pontszámot, jobb teljesítményt érnek el, ami várható is.

Az 1., 2., és 3. feladatok esetében szignifikáns az összefüggés. Ez a kapcsolat azzal magyarázható, hogy az 5. osztályos tanulók a számukra érdekesebbnek tartott problémákat nagyobb értőfeszítéssel, több időráfordítással próbálják megoldani, s így magasabb pontszámot, jobb teljesítményt érnek el.

A tanulók véleménye jó támpontot adhat a szaktanárnak a számukra érdekes feladatok kiválasztásában, amely a problémamegoldó gondolkodás fejlesztésében igen fontos motiváló tényező.

Összefoglalva az eredményeket megállapíthatjuk, hogy érdemes a tanulók nézeteit az érdekesség és nehézség vonatkozásában alapul venni a feladatlapok, feladatsorok tervezésekor.

### Irodalom

- [1] BALOGH L.: Feladatrendszerek és gondolkodásfejlesztés. Tankönyvkiadó, Budapest, 1987.
- [2] BALOGH L.—HERSKOVITS M.—TÓTH L.: Tehetség és képességek. KLTE Pedagógiai—Pszichológiai Tanszék, Debrecen, 1995.
- [3] BÁBOSIK, I.—M. NÁDASI, M.: A pedagógiai kutatás módszerei II. Tankönyvkiadó, Budapest, 1977.
- [4] BORASI, R.: The Invisible Hand Operating Mathematics Instruction: Students Conceptions and Expectations, Teaching and Learning Mathematics in the 1990s. Yearbook 1990, Ed.: T. J. Cooney, 174–182.
- [5] KELEMEN L.: A 10—14 éves tanulók tudásszintje és gondolkodása. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1963.
- [6] SCHOENFELD, A. H.: Mathematical Problem Solving. Orlando (F.), Academic Press, 1985.
- [7] PEHKONEN, E.—ZIMMERMANN, B.: Probleemakentat matematiikan opetuk-sessa. University of Helsinki. Department of Teacher Education. Research Report 86 (in Finnish), 1990.
- [8] PEHKONEN, E.—TOMPA, K.: Matematikaoktatás a tanulók szemével Magyarországon és Finnországban. *Szemle*, 1994, 39—46.
- [9] SALAMON J.: A megismerő tevékenység fejlődéslélektana. Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 1996.

### Orosz Gyuláné

Institute of Mathematics and Informatics  
Károly Eszterházy Teachers' Training College  
Leányka str. 4–6.  
H-3300 Eger, Hungary