

ROZGONYI TIBORNÉ--VÁRADI ÉVA

A PROBLÉMAMEGOLDÓ GONDOLKODÁSRÓL

ABSTRACT: (*On the way of thinking of solving problems*) Thinking - it is the highest level organized process of cognition. Specially, the way of thinking of solving problems is a revealing, analysing process. The problem itself is a situation of problem supposing the hint and the aim, not knowing the way of the solution of the problem. The results of the research of Kelemen, Lénárd, Skemp and Kürti Support this.

Next, the author shows a concrete geometrical exercise, giving a chance to develop and to improve both the creative personal features and the way of looking at geometrical spaces. The analysis starts by a basic stock-list on the plane. The three dimensional composition can be discussed in a similar way. The exercise starts by the solution of the convergent basic situation, and completes by semi-divergent solutions which make the greater part. Taking some situations in the three dimensional space as a base the pupils can do some different geometrical transforms, helping the injections of notions in each other and the clear understanding of a notion system. The manual activity is an indispensable condition both of the convergent and the semi-convergent solutions. It is also a necessary condition of a production belonging to an original, flexible thinking.

The pupils get some sense for problems in three dimensional geometry and also a kind of divergent thinking which can help them in making schemes can be actualized for getting some new knowledge.

Az emberi tevékenység nehezen képzelhető el gondolkodás nélkül. A gondolkodási tevékenység mindig bizonyos tartalomra, a megismerés, a feltárás tárgyát képező helyzetekre, jelenségekre, tényekre vonatkozik.

Talán ez a magyarázata annak, hogy nagyon sokan adtak egymástól eltérő értelmezést is.

A jelen cikkben -- a teljesség igénye és lehetősége nélkül -- kísérletet teszek egyfajta struktúra bemutatására, a gondolkodás, a probléma, a problémamegoldás egy rendszerezésére, s egy konkrét problémahelyzet bemutatására.

Induljunk el az alábbi definícióból: "Az emberi gondolkodás az a legmagasabb szintű megismerési folyamat, amely a valóság lényeges tulajdonságainak és törvényszerű összefüggéseinek elvont visszatükröződése alapján, a beszédre és a fogalomrendszerre támaszkodva, általánosítások és következtetések, analitikus és szintetikus műveletek útján új feladatokat old meg, vagy eddig ismeretlen körülményeket, összefüggéseket ért meg. (Kelemen, 1976. 26.)

Ezek után ejtsünk néhány szót a gondolkodás fajtáiról. Kelemen ezek közül a megértésnek és a problémamegoldó gondolkodásnak tulajdonít alapvető jelentőséget, s lényegében Lénárd is ugyanezt hangsúlyozza, amikor a gondolkodás két fő funkciójaként a megértést és a problémák megoldását említi. De mit is értünk a fenti fogalmakon? "A pszichológia megértésen általában a megismerő tevékenységnek, s ezen belül a gondolkodásnak azt a mozzanatát érti, amelyet a reális valóságnak és az ismeret kapcsolatának tudatosítása jellemez." (Lénárd, 1978. 18.) Skemp szerint valamit megérteni annyit jelent mint asszimilálni egy megfelelő skémában. Ő a szellemi struktúrákat nevezi skémáknak. Így a matematikában a komplex fogalmi struktúrákra és a szenzomotoros tevékenységet koordináló egyszerű struktúrákra vonatkoztatja a skéma elnevezést. De nemcsak asszimilál az ember, hanem akkomodál is, azaz idomul, alkalmazkodik a szerzett ismeretekhez. Ezek eredményezik azt is, hogy a gondolkodás egyik "végtermékeként" az ember megváltoztat skémákat, újakat alkot régiékből, sőt új skémákat alakít ki új ismeretekből is.

Tehát a fentiek szerint a megértést úgy foghatjuk fel, mint a dolgok, a jelenségek, a fogalmak lényegének és alapvető összefüggéseinek a feltárását. Ebből az is következik, hogy a megértésben nagy szerepe van a már meglévő ismereteknek.

A problémamegoldó gondolkodásra jellemző, hogy számára eddig nem ismert, új feladatokat old meg az ember; hipotéziseket állít fel, ezeket igazolja vagy elveti; új megoldási módokat próbál ki; bizonyos

törvényszerűségeket fedez fel. Tehát -- a meghatározásokból legalábbis ez derül ki -- a megértés inkább "magyarázó" jellegű, az ismert dolgok, fogalmak közötti kapcsolatok feltárására hivatott; míg a problémamegoldás inkább kutató jellegű; újat, ismeretlent feltáró gondolkodás. Mindezek az elhatárolások azonban csak viszonylagosak. Ez a viszonylagosság abból is látszik, hogy a megértést igénylő feladat is jelenthet -- sőt gyakran jelent is -- problémát, míg a problémamegoldás is feltételezi a megértést.

Mivel a problémamegoldásról beszélünk, szükséges a probléma fogalmának tisztázása. Mi a probléma? Általában az egyén valamilyen kívánságából származik. Ha azonnal eléri célját, teljesül kívánsága, nincs az egyénnek problémája; ha nem tudja elérni, mert a megfelelő tevékenységi forma nem jut eszébe, vagy ha eszébe jut is, de nem tudja elvégezni a kívánt cselekvést, van problémája. Tehát probléma: a világosan megfogalmazott, de közvetlenül el nem érhető cél -- feltéve, ha ezt el akarja érni az ember. Kürti Jarmila szerint: "Az ember számára problémává válhat mindaz, amiben nem bizonyos, de amiről legalább annyi ismerettel rendelkezik, hogy felkeltesse érdeklődését." (Kürti, 1982. 43.) Hasonló értelemben fogalmaz Lénárd is, hisz azt a helyzetet tekinti problémának, amelyben valamilyen célt el akar érni, de a cél elérésének útja rejtve van. Vagyis probléma minden olyan kérdés, feladat, amelyre a választ, a megoldást nem tudjuk azonnal, pontosan megtalálni (Lénárd, im. 36--38.).

A problémát el kell határolnunk a feladattól. A feladat olyan helyzetet jelent, amelynek a célja és az ahhoz vezető út is ismert. problémáról akkor beszélünk, ha a célhoz vezető utat nem ismerjük. Ugyanakkor a problémamegoldáshoz bizonyos élettapasztalattal, tudással, gondolkodási szinttel, motivációval, akarattal kell rendelkeznie az embernek. Minden probléma tehát valamilyen kérdést vet fel, valamilyen feladat elé állítja az embert. Ugyanakkor ez a megállapítás nem megfordítható. nem lát mindenki a különböző kérdésekben és feladatokban problémát még oly esetben sem, amikor magától értetődő, hogy a gondolkodás segítségével el lehet jutni a megoldáshoz. Ebből az is kiderül, hogy a probléma nem azonos az ismeretlennel való találkozással. Ki kell, hogy váltsa az érdeklődést. Különösen áll ez a matematikai feladatokra. (Természetesen más tantárgyakra, témákra is.)

Mint ismert, a problémák mindig viszonylagosak. Ami az egyik tanulónak probléma, az a másiknak vagy még nem az, vagy már nem az. Egy adott feladat vagy azért nem jelent problémát a tanulónak, mert nincs meg a szükséges érdeklősége, nem akarja megoldani, nincs ráutalva, azaz nem érdekli a dolog, vagy azért, mert ismeretei lényegesen magasabb szintűek, mint amit az adott feladattal elvárunk tőle. Elképzelhető harmadik eset is, amikor érdekelne az adott ismeret, feladat, fogalom a tanulót, de olyan magas szintű ismeretek szükségesek a megértéséhez, hogy a feladat elveszti problémajellegét, érdektelenné válik, kikerül a tanuló érdeklődési köréből. (Az elsőt a motivációval, a másodikat a fejlettségi szintnek megfelelő terheléssel, a harmadikat a tananyagstrukturálással hozhatjuk kapcsolatba.)

Piaget szerint: minden probléma olyan különleges műveletek rendszeréből áll, amelyeket az egész csoportosításon belül kell végrehajtani. A működésben levő gondolkodás felé kérdések szegeződnek: Mi ez? Hol? Miért? Mi célból? A problémák tehát nem egy adott korra jellemzőek, s nem az adott kérdés felmerülésekor kezdenek kialakulni. Alakulásuk végigkövethető az ember fejlődésén keresztül. Kiszervekorkorunktól osztályozunk, egybevetünk térben és időben, értékeljük céljainkat, eszközeinket.

A problémák ezekkel az együttes rendszerekkel kapcsolatban, ezekre vonatkoztatva merülnek fel akkor, amikor olyan tényekkel kerülünk szembe, amelyeket még nem osztályoztunk, nem rendeztük sorba. (Vö. Piaget, 1970.)

E megközelítésekből az alábbiakat szűrhetjük le: a problémák elsődleges forrásai bizonyos elérendő célok; fontos az érdeklődés megélése; bizonyos alapismeretek szükségesek.

Nemcsak a cél elérése lehet probléma, hanem magának a célnak a meglátása, a megfogalmazása is. Ez azt jelenti, hogy az egyén maga fogalmazza meg, hogy bizonyos adathalmazokból mire lehet következtetni, ő teszi fel önmagának a kérdést, majd megpróbálja megoldani a feladatot. Ez a megoldás a problémamegoldó gondolkodás különböző szintjein jelenik meg, mint:

1. Észleleti szint

2. **Analitikus szint:** Az információegység matematikai tartalmának meghatározása. (Képes felfogni a feladat valós matematikai tartalmát, pl. el tud vonatkoztatni a felesleges adattól.)

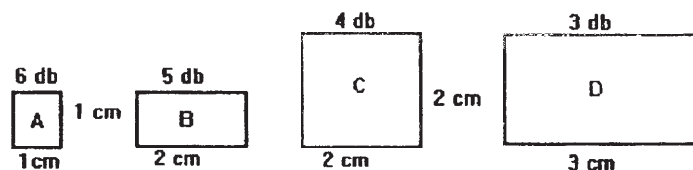
3. **Kifejező szint:** A meglevő ismeretek, ismeretrendszerek mozgósítása, alkalmazásának igénye. (Ezen a szinten a tanulót magas fokú feladattudat jellemzi. Nemcsak a célt tűzi maga elé, hanem annak elérését is. Jellemző a meglevő algoritmusok esetleg új, szokatlan formában való alkalmazása.)

4. **Produktív szint:** Cselekvési terv kidolgozása. Az ismeretek alkalmazásának igénye és képessége. (A feladattudat mellett megjelenik az akarati cselekvés is. Egy vagy több terv, amely a cél elérését szolgálja. (Részletesen lásd: Kelemen, 1967.)

Mit jelent tehát a probléma megoldása? A problémát akkor tekintjük megoldottnak, ha rábukkanunk arra a tevékenységi formára, amellyel célunk elérhető. (Természetesen csak akkor, ha a tevékenységet magát is végre tudjuk hajtani. Különbözően ez újabb -- más jellegű -- problémát jelent. Tehát az új ismeretet be tudjuk illeszteni ismereteink rendszerébe, össze tudjuk hasonlítani egyes ismeretekkel.

Ezek után tekintsünk egy konkrét példát!
Induljunk ki az alábbi feladatból.

A következő lapjaink vannak:



Válogass össze lapokat úgy, hogy téglatestet rakhass belőlük össze! Rajzold le a hálózatukat! Írd be a hálózatba a lapok jeleit! Különböző téglatesteknél újra felhasználhatod a lapokat!

A geometriatanítás egyik sarkpontja a térszemlélet, a téri tájékozódás kialakítása.

A fenti feladat egyfajta relációanalízist feltételez, nemcsak összehasonlításokat mint kisebb, nagyobb, hanem olyan elrendezéseket is mint előtte, mellette, mögötte.

A feladat térgeometriai ismereteket kér a tanulóktól, ugyanis különbözős lapokból kell összeválogatnia bizonyos számút testhálók

kirakásához. (Nagyon összetett feladat, s a helyes megoldás lényegesen többet mutat szövegmegértő képességnél.)

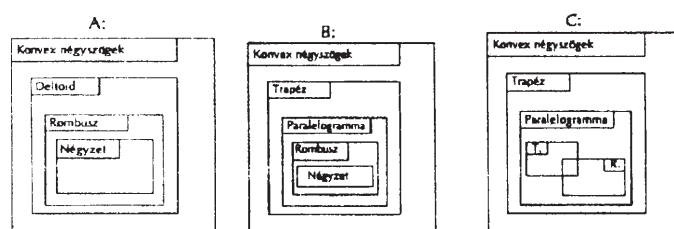
Itt meg kell látniuk a tanulóknak, hogy mindegyik lapból több van, ezekből kell a megfelelő számút kiválasztani, tehát új lapot nem rakhatnak be, de több lapból csinálhatnak egyet. Ezen túlmenően arra is figyelniük kell, hogy a megrajzolt hálózathoz valóban lehessen zárt testet "építeni". A megoldás strukturálást és integrálást igényel, valamint mozgósítja az elaborációs készséget is.

A további elemzéshez itt engedjék meg egy rövid síkgeometriai kitérőt.

A síkgeometriában a különböző alakzatok felismerésén túl szükségeltetik a differencia specifikák megfogalmazása, sőt ezek értelmezése is.

Ha tekintjük a konvex négyszögek néhány lehetséges osztályozását, akkor látnunk kell, hogy az egyes fogalmak egymásba ágyazottan jelennek meg.

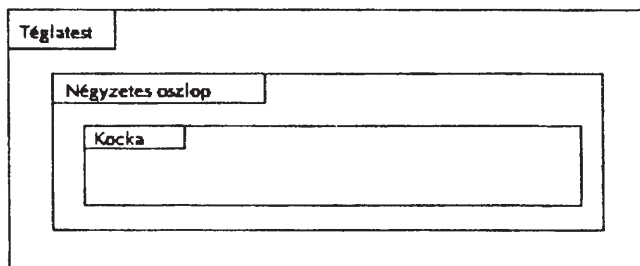
Néhány lehetséges osztályozás:



Tekintsük a "C" leltárt. Az erre vonatkozó információ azt jelenti, hogy milyen síkidomokat tartalmaz a "kép". Mit jelent "C" síkbeli lokalizációja? Megjelölik, hogy az adott síkidom hol helyezkedik el (differencia specifika), s megadja a "tárgy" relatív pozícióját (genus proximum). Mind a számbavétel, mind a pozíció-megadás a fogalomalkalmazás egy lehetséges esete.

Ezek után nézzük meg, hogy a térgeometriában hogyan jelenik meg a "leltár" és a "téri lokalizáció". Vegyük a legegyszerűbb, a leggyakrabban alkalmazott testeket: a kockát, a téglatestet és a négyzetes oszlopot.

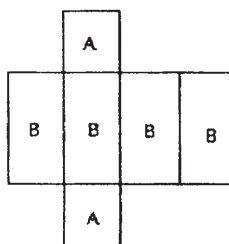
Ezek egy lehetséges leltárja:



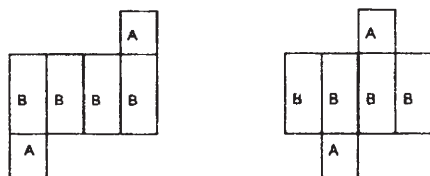
Mint látható, a fogalmak egymásba ágyazottsága a lapok térbeli reprezentációjánál ugyanúgy jelen vannak, mint a síkgeometriában. S most térjünk vissza kiinduló feladatunkhoz.

A feladatmegoldásban nagy szerepe van az előzetes manipulációnak. Feltételezhető -- sőt vizsgálatokkal igazolt tény --, hogy az, aki nem "épített", nem "terített" ki ilyen testet, annak eredményei a véletlenül alapuló, próba-szerencse típusú megoldásokból állnak.

A megoldásokban az alábbi formával találkozhatunk a leggyakrabban:



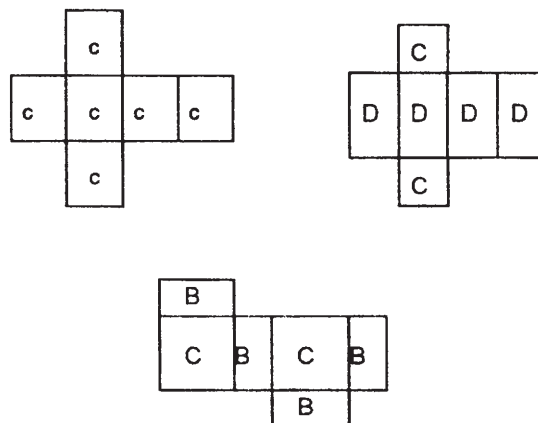
Ez egy lehetséges elrendezés, mely az alakzat relatív pozícióját tartalmazza. A matematikát "konstruktívan" tanulók emlékezeti működésében megjelenik az átrendezés, pl:



Ennél a transzformációnál két azonos méretű és alakú, tehát egybevágó síkidom pozícióját cserélik fel a tanulók. Ennél a módosításnál a változtatás csak a téri lokalizációban történik, de a téri összkompozícióban nem. Ez tehát lényegében egy "elmozdításos transzformáció".

Bizton állíthatjuk, hogy a geometriai térszemlélet csak megfelelően sok próbálgatás, gyakorlás eredményeként alakul ki. Ugyanakkor azt is látnunk kell (a fenti feladat kapcsán), hogy kevés tanuló ad minőségileg más megoldást, hisz a probléma magas szintű absztrakciót követel, s a kategóriaváltások nagy száma a flexibilitás transzformációs faktorának felel meg. (Guilford szerint, -- aki a kreativitás atyjának tekinthető -- ez a legmagasabb szinten szerveződő faktor.)

Nézzünk néhány lehetséges megoldást:

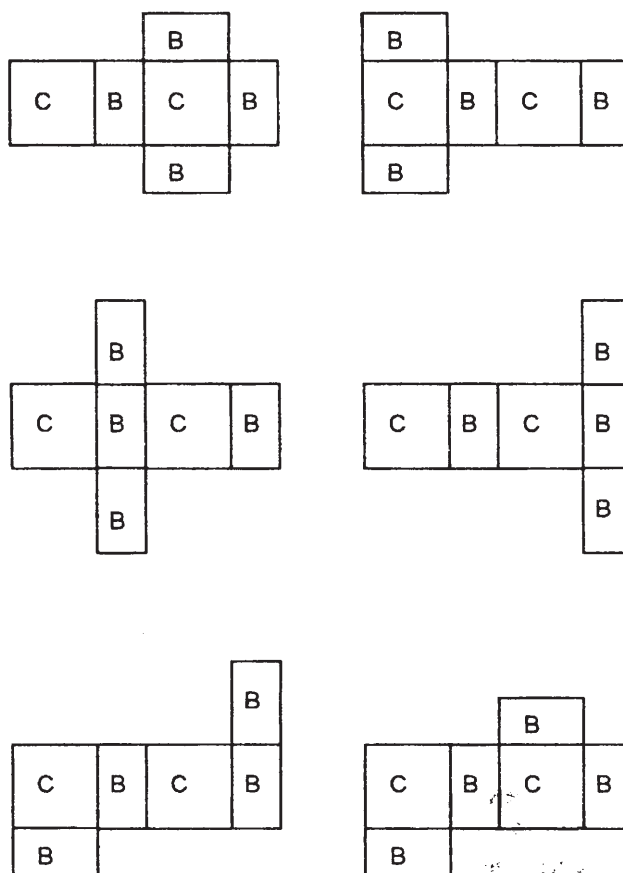


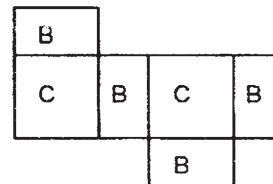
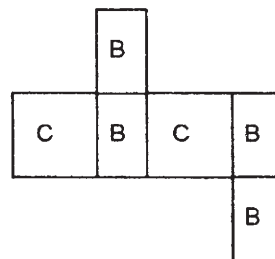
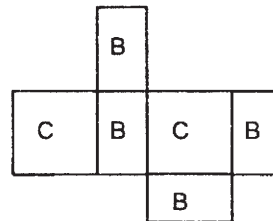
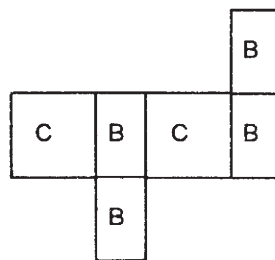
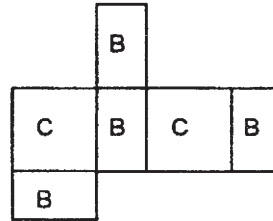
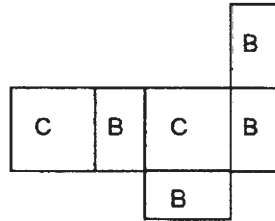
Mint az ábrákból is kitűnik, a konvergens alapfeladat helyes megoldása után kerülhet csak sor a -- feladat nagyobb részét kitevő -- féldivergens megoldásra.

A gondolkodás rugalmasságának szerepét a megoldási stratégiák alakulásában csak attól a pillanattól vizsgálhatjuk, amikor megjelennek a megoldási stratégiák. A tanulók az első néhány problémahelyzet megoldása után alakítják ki a tényleges megoldási stratégiákat. Pl. számbaveszik hányféle (különböző) testet lehet "építeni"; hogyan lehet variálni a lapokat, hogy "építhető" maradjon a test.

A 9-10 éves gyerekek kezdik a konkrét helyzetben kialakult tapasztalati modellt absztrakt szintre is átvinni, és akkor kezd formálódni az optimális stratégia, azaz a helyes absztrakció és az egyértelműen fölérendelő hipotézisek dominanciája.

A hajlékonyságot itt az azonos méretű, de különböző elrendezésű hálók kirakása jelzi, pl. ilyen megoldásokat kaphatunk:



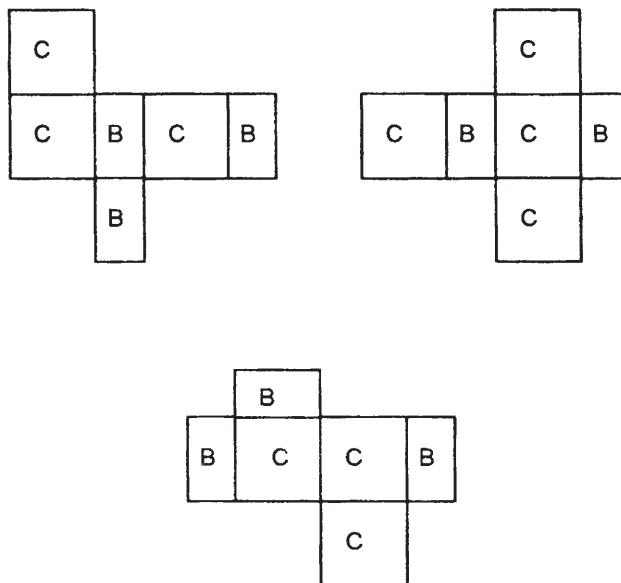


Tehát a megoldási stratégiák olyan esetben tesznek tanúságot a gondolkodás hatékonyságáról -- rugalmasságáról, amikor a tanuló a feltett hipotézisek igazolására újabb és újabb bizonyítékot keres, és ez a stratégiának egyes lépéseiben, illetve a stratégiák egymásutánjában érvényre jut.

A kidolgozási képesség jelenlétét azon tudjuk lemérni, hogy a hálókából minden esetben összehajtható-e téglatest. Ha ugyanis nem hajtható össze, akkor a megoldás trial and error típusú, de ha

összehajtható, akkor tudatos, tervszerű munkáról beszélhetünk. Ha figyelembe vesszük, hogy a feladat -- féldivergens jellegéből adódóan -- több "válaszlehetőséget" is kínál, úgy azt is látnunk kell, hogy a tanulóknak minden esetben meg kell vizsgálnia az "építhetőség" feltételét. Tehát egy hajlékony, rugalmas gondolkodású gyermeknek sokkal nagyobb a hibázási lehetősége is.

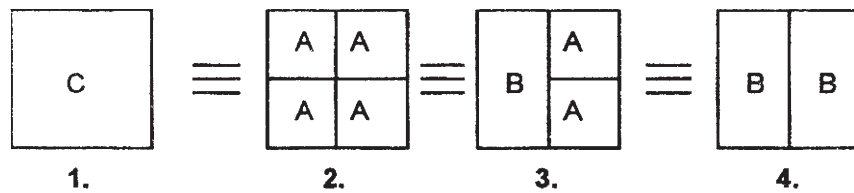
Néhány tipikus hiba:



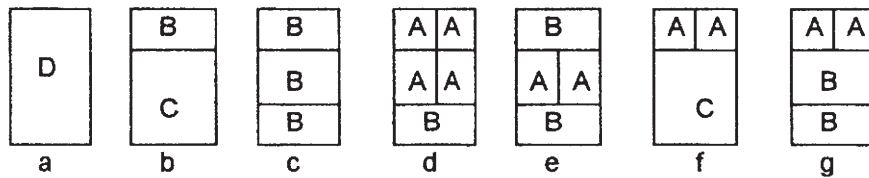
A feladatmegoldásban a fenti képességterületeken kívül az eredetiség is megnyilvánulhat például abban, hogy többféleképpen építi meg ugyanazt a testet, vagy eredeti megoldáshoz jut oly módon, hogy több kis lapból épít fel egy lapot. Ez utóbbi egy olyan elmozdításos transzformáció, melyet "kettős" transzformációval: egy "elvétel" és egy "helyettesítés" alkalmazásával kapunk.

Az "elvétel" önmagában téves téri reprezentációt eredményezne, ezért szükséges közvetlenül utána alkalmazni a "helyettesítést". Jelen

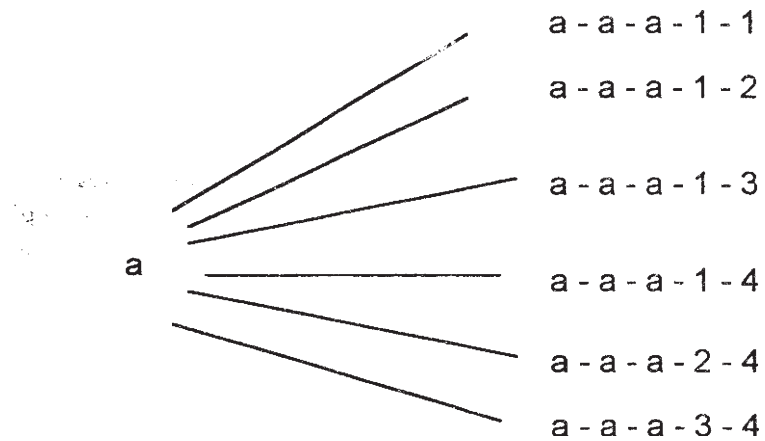
feladathelyzetben ha "C"-t kell elvennie és helyettesíteni mással, akkor ilyen megoldások szülehetnek:



Vagy "D"-t elvéve, helyettesíteni mással, pl.:



láthatjuk tehát hogy a válaszvariációk száma igen nagy, pl. ilyen megoldássor is lehetséges:



Mint a fentiekből is kitűnik, "ugyanazt" a testet igen változatosan lehet megépíteni, vagyis ugyanaz a téri reprezentáció egészen más téri

lokalizációban jelenik meg, a változatok magas száma gazdag egyéni megoldásokat eredményezhet.

A közölt feladat tehát bőven tartalmaz információkat. A feladat --kellő manipulációs előgyakorlat utáni -- megoldása nagy segítségünkre lehet az egyenes testek felszíne és térfogata anyagrészek tanításához.

IRODALOM

- Kelemen László (1967): A pedagógiai pszichológia alapkérdései. Tankönyvkiadó, Bp.
- Kürti Jarmila (1982). Kreativitásfejlesztés kisiskoláskorban. Tankönyvkiadó, Bp.
- Lénárd Ferenc (1978). A problémamegoldó gondolkodás. Akadémiai Kiadó, Bp.
- Piaget, J. (1970). Válogatott tanulmányok. Gondolat Kiadó, Bp.
- Pólya György (1967). A problémamegoldás iskolája I--II. Tankönyvkiadó, Bp.
- Rozgonyi Tiborné (1989): A kreativitás és problémamegoldás jellemzői matematikai feladatmegoldásokban. (Doktori értekezés)
- Skemp, R. P. (1975). A matematikatanulás pszichológiája. Gondolat Kiadó, Bp.