

A GÁZOK NYOMÁSÁNAK ÉS HŐMÉRSEKLETÉNEK MOLEKULÁRIS KINETIKAI ÉRTELMEZÉSE A FŐISKOLAI FIZIKAI OKTATÁSBAN

HIDAS KÁROLY

Bevezetés

Felsőoktatási módszertani témát dolgoztam fel a főiskolai hőtan előadásból. A dolgozat megírásánál formailag, és nyelvezetét tekintve is az előadói stílust alkalmaztam. Éppen ezért a téma részletesebb tanulmányozása előtt szükségesnek tartom a következőket megjegyezni:

A téma feldolgozására két óra fordítódik.

A fényképes ábrák hiányosak és kevésbé sikerültek, így az óra anyagának áttanulmányozása nem olyan hatásos, mint az élő kísérlet, amely sokkal gazdagabb és élményszerűbb.

Dolgozatomban a részletes szóközlések formáját nem követtem azon megfontolás alapján, hogy szükségtelen a logikai menetet zavarni magától értetődő tényekkel. (Pl. Írják fel, rajzolják le, elkészültek-e; ismét figyeljenek ide; látható-e . . . stb.)

Az elméleti óra oktatási feladata — célja — kettős jellegű:

a) Bővíteni az előző óra anyagát: azt a tényt, hogy a molekulák rendszeretlen mozgást végeznek.

b) Igazolni azt a tényt, hogy az elméletileg levezetett összefüggések nem mondanak ellent a természetben észlelt törvényszerűségeknek.

Az elméleti óra nevelési feladata, célja: Az anyag és a mozgás dialektikus kapcsolatának bemutatása.

I.

Bevezető kérdések

Az előző órán megismerkedtünk néhány olyan kísérlettel, amely azt igazolta, hogy a gáz, illetve folyadék molekulái rendezetlen mozgást végeznek. A diffúzió és az ozmózis a természetben igen gyakran felismerhető. Önkéntelenül felvetődik az a kérdés, hogy a természeti jelenségeknél, ahol szabad szemmel nem észlelhetjük a molekulák mozgását, helyváltoztatását, ott is létezik-e a molekuláknak rendezetlen mozgása, vagy sem? Ha létezik,

akkor pedig mivel magyarázható, és milyen tényezőktől függ a mozgás intenzitása.

Található-e olyan statisztikus törvényszerűség a molekulák között, amely éppen a mozgás intenzitására vonatkozik? Mindezekre a kérdésekre az elkövetkező órákban választ fogunk kapni. Valószínű emlékeznek, az előző órán is felvetődött a kérdés a hő mibenlétére vonatkozóan, s ekkor abban állapodtunk meg, hogy a molekuláris hőelmélet ismerete segítséget ad az elméleti tisztánlátáshoz. A mai órán nézzük meg a bizonyára Önök előtt is ismert Brown-mozgást, amelynek célja, hogy a láthatatlan molekulák létezését — mozgását — igazolja.

Végezzük el a kísérletet! A pohárban cinóberzöld vízfesték van feloldva. Ügyelni kell arra, hogy az oldat igen híg legyen. Természetesen ezt a kísérletet nemcsak vízfestékkel, de sok más különböző anyaggal is elvégezhetjük (ilyen pl. a kutyatej [Euphorbia]; az oroszlánfog [Leontodon] és a vöröshagyma növények nedve, vagy igen jó erre a célra a friss tehéntej 1:10 arányú hígítása is). Üvegbot segítségével az 1000-szeres nagyítású mikroszkóp tárgylemezére egy csepp oldatot helyezek. Beállítva kellő élességre, láthatóvá válik a vízcsepp belsejében levő apró „pontocskák” nyüzsgő mozgása. Kérem, szíveskedjenek a kiállított mikroszkóphoz sorban kifáradni és megnézni. Ezt a jelenséget elsőnek Brown nevű természettudós vette észre 1827-ben, azért Brown-féle mozgásnak nevezzük.

Mi a jelenség magyarázata? A könnyebb érthetőség kedvéért egy modelben mesterségesen előállítunk hasonló jelenséget.

Itt látható egy képkeret, amelyben az üveglap benne van, és arra rá van szórva 8—10 különböző nagyságú parafadugó szelet (d), valamint 50—80 db műanyag golyócska. Az egész modell alulról meg van világítva, a parafa, ill. golyók árnyéka a felső ernyőn látható. Figyeljék az árnyékok, miközben a keretet lassan, egyenletesen ide-oda mozgatom — „rázom”. Észre lehet venni, hogy rázásom révén a keret fala sok golyócskát lök meg, amelyek ütközéssel a többi golyót is gyors mozgásra késztesítik, és a parafadugókkal való ütközések eredményeként a parafadugók is mozognak, csak lényegesen lassabban. Ha a keretet nagyobb tágassággal és frekvenciával rázom, az észlelt mozgások is intenzívebbé válnak.

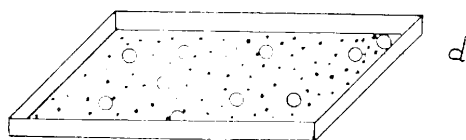
A mikroszkópi-kép és modellkísérletnél tapasztaltak hasonlósága kitűnik, ha a golyók helyére a vízmolekulákat, a dugószeletek helyére pedig a lebegő festékszemcséket képzeljük. Ezáltal a Brown-féle mozgás szemléletesen magyarázhatóvá válik. Igen indokolt az a feltevés, hogy a folyadék-molekulák soha meg nem szűnő rendezetlen mozgásban vannak, s csak lökdösik a bennük lebegő, mikroszkóppal észlelhető részecskéket. Érdekeség kedvéért megjegyzem, hogy Brown a lebegő részecskék általa felfedezett mozgását megmagyarázni nem tudta, a molekulák hőmozgására nem is gondolt. A magyarázatra csak 1906-ban került sor, amikor Einstein rávilágított arra a tényre, hogy a festékrészecskéket a víz örökké mozgásban levő molekulái mozgatják szüntelen ütközéseikkel.

Kérem, szíveskedjenek az eddigi vázlatukat a modell lerajzolásával kiegészíteni, valamint a rendezetlen mozgás egyik egyede útvonalának képzeletbeli vetületét rögzíteni (1. és 2. ábra).

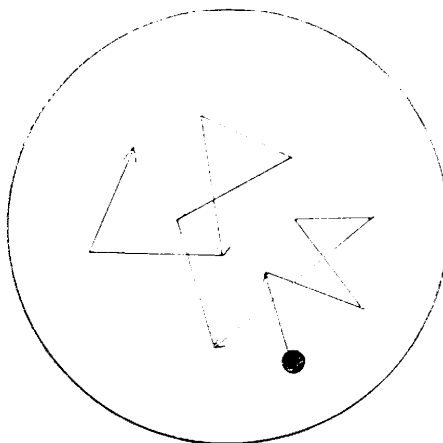
Ezek után foglaljuk össze az előző órán és a mostanin tárgyalt jelenségek lényeges vonásait. A három jelenség: a diffúzió, az ozmózis és a

Brown-féle mozgás bizonyítja, hogy az anyag részecskéi állandó spontán mozgásban vannak. Azaz úgy is megfogalmazhatjuk, hogy ha létezik az anyag, akkor annak létezik mozgása is. Az anyag és a mozgás egymástól elválaszthatatlan. E mozgás intenzitása (sebessége) és az anyag hőállapota közt szoros összefüggés van. Ebből viszont arra következtethetünk, hogy a hőenergia a molekulák rendszertelen mozgásával van összefüggésben. Ha ez így van, akkor a molekulák rendszertelen mozgásából le kell tudnunk vezetni a hőtanban már eddig tapasztalati úton megállapított törvényeket.

A következőkben a Boyle—Mariotte-féle törvényt vezetjük le, és a kapott összefüggésből további következtetéseket vonunk le.



1. ábra



2. ábra

II.

Ideális gázok nyomásának meghatározása kinetikai értelmezéssel



Az ideálisnak tekinthető gázoknál tapasztalat szerint helytálló, ha a következő alapfeltevésekkel élünk:

a) Közöséges körülmények között a gázok rendkívüli nagy számú parányi gömbnek tekinthető molekulából állnak. Ezek össztérfogata a rendelkezésükre álló térhez viszonyítva elhanyagolható.

b) A gázmolekulák rendszertelenül végzik mozgásukat, azaz egyetlen irány és sebességérték sincs kitüntetve.

c) A gázmolekulák közt csak az ütközések kölcsönhatása érvényesül.

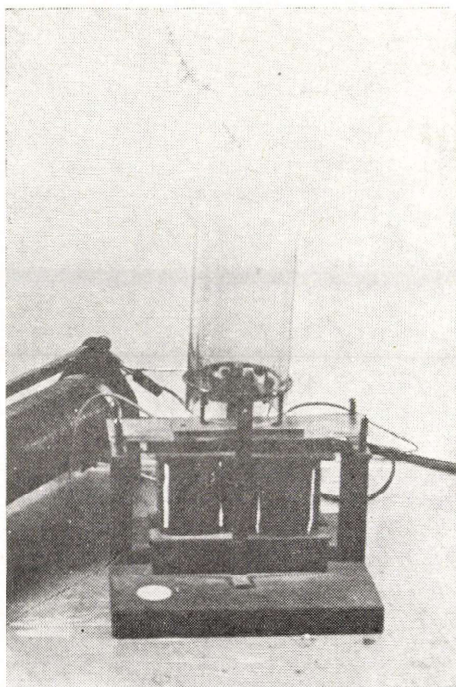
d) Az ütközések egymáshoz és az edény falához rugalmasan zajlanak le. Ez utóbbiakból adódik a gázmolekuláknak az edény falára gyakorolt nyomása.

E négy feltétel egyidejű érvényessége esetén számítsuk ki az edény falára gyakorolt gázmolekulák nyomását. Ha tudjuk, hogy a gáz részecskéi

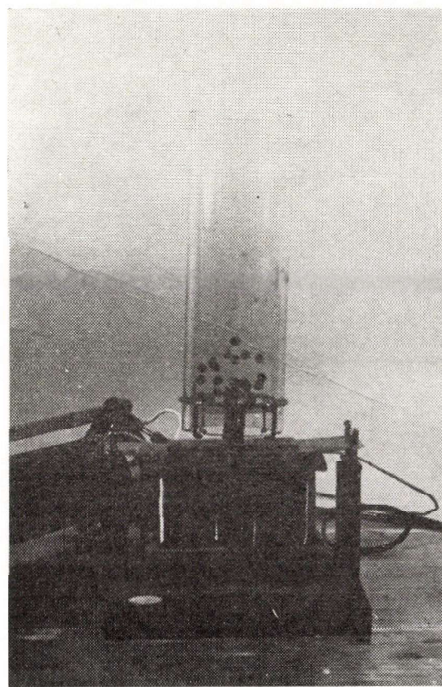
nekiütköznek a tartály falának, akkor a newtoni mechanika ismeretében le tudjuk vezetni az össznyomás értékét, s abból a Boyle—Mariotte-törvényt. A molekulák rendszertelen mozgásából származó értékének meghatározását könnyebbé, érthetőbbé tesszük, ha ismét egy modellel szemléltetjük az elvont jelenséget. Itt látható egy elektromos árammal működő rázógép (3/a. ábra), amely felett üveghengerben apró golyócskák — „molekulák” — vannak. Ha az áramot bekapcsolom, akkor a membrán által átadott rezgés a golyócskákat ide-oda mozgatja. Ha növelem a feszültséget, akkor ez a mozgás intenzívebb lesz. Megfigyelhetjük a következőket:

1. az állandó „nyüzsgő”^{*} mozgás modellel előállítható (3/a. ábra).
2. A golyók sebességei különbözőek (3/b. ábra).
3. Kartonlapot helyezve a golyócskák útjába, azok azt állandóan „lökődösik” — nyomják.

Ezek után határozottabban mondhatjuk, hogy ha létezik molekulamozgás, akkor létezik mozgásukból származó nyomás is. Számítsuk ki ezt a nyomást az eddigi elméleti felkészültségünkkel.



3. a. ábra



3. b. ábra

^{*} A nyüzsgő mozgást fényképen a golyók sokasága miatt nehéz illusztrálni, a valóságban kis feszültség mellett is élethűbb a rendszertelen mozgás.

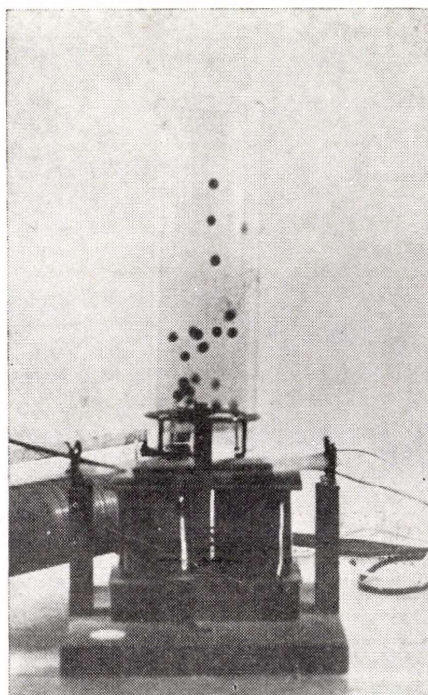
Gondolatban helyezzük el az ideális gáz molekuláit egy téglatestbe (4. ábra). Először azt az átlagerőt számítjuk ki, amely egyetlen μ tömegű, s az x irányban v_x sebességgel haladó részecske ütközéseiből származik az A területű lapon. Legyen ez a részecske az x irányban egybeeső l hosszúságú térrészben, amelynek A területű lapja merőleges az x irányra. Az A fallal való két egymásutáni ütközés között eltelt idő:

$$\Delta t = \frac{2l}{v_x}.$$

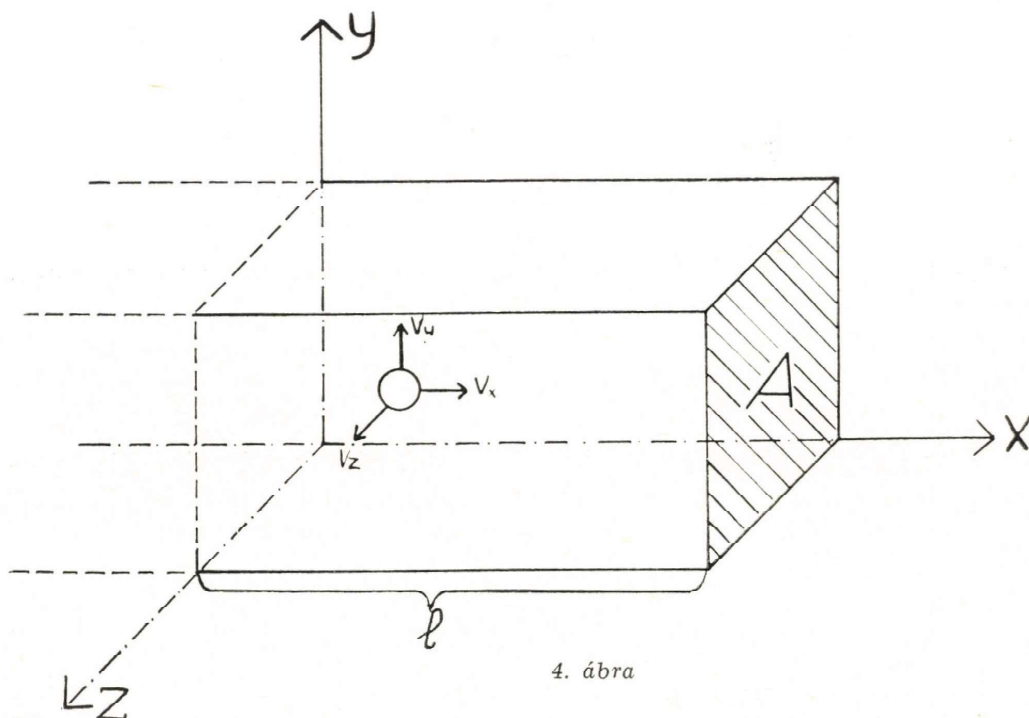
A részecske ΔI_x impulzusváltozása minden egyes ütközésnél:

$$\Delta I_x = \mu \cdot v_x - \mu \cdot (-v_x) = 2 \cdot \mu v_x.$$

Newton második és harmadik törvénye értelmében az átlagos erő, amellyel a molekula a falra hat:



3. c. ábra



4. ábra

$$F = \frac{\Delta I_x}{\Delta t} = \frac{2 \mu \cdot v_x}{\frac{2 l}{v_x}} = \frac{2 \mu \cdot v_x^2}{l}.$$

Ettől az egy részecskétől származó átlagos nyomás

$$\bar{p} = \frac{F}{A} = \frac{\mu \cdot v_x^2}{A \cdot l}; \text{ ahol } V = A \cdot l \text{ a téglatest térfogata.}$$

A dobozban levő N számú részecske nyomása ezek után

$$p = \frac{N \cdot \mu \cdot \bar{v}_x^2}{V},$$

ahol $\bar{v}_x^2$ az N molekulára vonatkozó átlagos $\bar{v}_x^2$ érték. A $\bar{v}_x^2$ átlag egyszerű összefüggésben van a $\bar{v}^2$ értékével. Alkalmazzuk a térbeli Pythagoras-tételt. E szerint fennáll a következő összefüggés:

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2.$$

Képezve mindkét oldal átlagát:

$$\bar{v}^2 = \bar{v}_x^2 + \bar{v}_y^2 + \bar{v}_z^2.$$

Viszont tudjuk a b) feltételből, hogy nincs kitüntetett irány, ezért

$$\bar{v}_x^2 = \bar{v}_y^2 = \bar{v}_z^2$$

s így

$$\bar{v}^2 = 3 \cdot \bar{v}_x^2 \quad \text{azaz} \quad \bar{v}_x^2 = \frac{1}{3} \cdot \bar{v}^2.$$

Ezt az értéket behelyettesítve a nyomásra nyert összefüggésbe, kapjuk a végleges formulát:

$$p = \frac{1}{3} \cdot \frac{\mu \cdot N \cdot \bar{v}^2}{V}.$$

Ebből az összefüggésből egyszerű rendezéssel adódik a Boyle—Mariotte-törvény:

$$p \cdot V = \frac{1}{3} \cdot \mu \cdot N \cdot \bar{v}^2. \quad (*)$$

Látjuk, hogy a bal oldalon álló kifejezés a már ismert Boyle—Mariotte-féle törvényben szerepel. A jobb oldali kifejezésről szükséges igazolnunk, hogy ha a hőmérséklet állandó, akkor a szorzat is állandó értékű marad. Hogy ezt bizonyítani tudjuk, szükséges még arra is választ adnunk, hogy

a hőmérséklet mivel fejezhető ki. Éppen ezért a következőkben megvizsgáljuk, hogy az ideális gázok esetében a hőmérséklet változása milyen tényezőktől függ a kinetikus elmélet alapján.

Az előzőekben levezettük a

$$p \cdot V = \frac{1}{3} \cdot \mu \cdot N \cdot \bar{v}^2$$

kifejezést. Ezt hasonlítsuk össze a már ismert Clapeyron-féle egyenlettel ($pV = m \cdot R \cdot T$). Így felírhatjuk:

$$m \cdot R \cdot T = \frac{1}{3} \cdot \mu \cdot N \cdot \bar{v}^2.$$

Végezzük el a következő átalakításokat:

- szorozzuk az egyenlet mindkét oldalát 3/2-del,
- vezessük be a mólnyi anyagmennyiségben levő molekulák számát,
 $L = 6,02 \cdot 10^{23}$

$$\frac{1}{\text{mol}},$$

- Végül a Boltzmann-féle állandót $\left(k = \frac{R}{L}\right)$ írjuk be.

Az egyenletünk ezek után a következő átalakításokon megy keresztül:

a)

$$\frac{3}{2} \cdot m \cdot R \cdot T = \frac{1}{2} \cdot \mu \cdot N \cdot \bar{v}^2,$$

$$\frac{3}{2} \cdot \frac{m}{N} \cdot R \cdot T = \frac{1}{2} \cdot \mu \cdot \bar{v}^2.$$

Az $\frac{m}{N} = \mu$, mert ha az összes molekulák tömegét elosztjuk a molekulák számával, akkor egy molekula tömegét kapjuk (μ). Az egyenlet jobb oldala egy molekula átlagos kinetikus energiája (E_k).

b) A Loschmidt-féle állandó $L = \frac{6,02 \cdot 10^{23}}{\text{mol}}$ felhasználásával alakítjuk tovább egyenletünket:

$$\frac{3}{2} \mu \cdot R \cdot T = E_k, \quad \text{de} \quad \mu = \frac{1}{L} \quad \text{alapján} \quad \frac{3}{2} \cdot \frac{R}{L} \cdot T = E_k.$$

c) Felhasználva a Boltzmann-féle állandót, kapjuk

$$E_k = \frac{3}{2} \cdot k \cdot T.$$

Mivel

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot \mu \cdot \bar{v}^2 \equiv \frac{3}{2} \cdot k \cdot T ,$$

nyilvánvaló, hogy állandó T hőmérsékleten $\bar{v}^2$ is állandó lévén μ és k hőmérséklettől független adat. Ezek szerint a csillaggal jelölt (*) egyenletünk jobb oldala állandó hőmérsékleten valóban állandó, amit bizonyítani akarunk.

Végül még egyetlenegy összefüggést írunk fel, s ezzel az új anyag tárgyalását be is fejezem.

Az előzőekben azt látták, hogy egy μ tömegű molekula átlagos kinetikus energiája ideális gázok esetén:

$$E_k = \frac{3}{2} \cdot k \cdot T .$$

A termodinamika I. törvényét a következőképpen fogalmaztuk meg: egy rendszerben levő ideális gáz belső energiája mindig egyenlőnek tekinthető a rendszerben levő molekulák kinetikus energiáinak összegével. Ha tehát a rendszerünkben levő összes molekula száma N , akkor a belső energia értéke

$$U = \frac{3}{2} \cdot k \cdot N \cdot T .$$

Ez azt jelenti, hogy a rendszer belső energiája csak az abszolút hőmérséklettől függ, azzal arányos, és független az anyagi minőségtől. Más megfogalmazásban azt mondhatjuk, hogy a gázok abszolút hőmérséklete a gáz-molekulák hőmozgásából származó átlagos kinetikai energiájával arányos mennyiség.

Végül könnyen választ tudunk adni arra is, hogy mi tulajdonképpen a hő. Annak idején levezettük, hogy ha egy rendszer egyik állapotából úgy jut el egy másik állapotába, hogy közben a térfogata állandó marad ($dV \equiv 0$), akkor külső munkavégzés nincs ($L \equiv 0$). A termodinamika I. törvénye ($\Delta U = Q + L$) egyszerűbb alakú lesz:

$$\Delta U = Q .$$

Ebből nyilvánvaló, hogy a hő energia jellegű mennyiség az energia egyik fajtája.

III.

Összefoglaló megjegyzések

A mai óra anyagának ismerete után a következő megállapításokat tehetjük:

1. A szabad szemmel nem látható molekula állandó mozgásban van minden hőmérsékleten.
2. Az anyag részecskéinek mozgása akkor szűnne meg, ha a hőmérséklete elérné az abszolút zérus pontot. Ez viszont a jelenlegi tudomá-

nyos eredmények alapján lehetetlen. Erről a termodinamika III. törvényének a tárgyalásánál már volt szó.

3. A molekulák rendszertelen mozgásának létezéséből származik a gázok nyomása.
4. A kapott elméleti eredmény hűen tükrözi a tapasztalati törvényt.
5. Ideális gázok esetében a hőmérséklet a belső energiájával arányos mennyiség.
6. Az óra elején feltett kérdésünkre, hogy mi tulajdonképpen a hő, most már könnyen tudunk válaszolni. Egy rendszer hőmennyiség-változása mindig arányos a rendszerben levő összes molekulák kinetikus energiaváltozásával. Vagyis bizonyítottuk, hogy a hőmennyiség az energia egyik megnyilvánulási formája.

FELHASZNÁLT IRODALOM JEGYZÉKE

1. Bor Pál: Fizika III. rész (hőtan). Tankönyvkiadó. Budapest, 1965.
2. Boser, J.: Versuche zur Brownschen Molekularbewegung. (Mathematik und Physik in der Schule: 1958.) 2. sz.
3. Darvas A.—Somos J.: Fizika II. rész. Felsőoktatási Jegyzetellátó V. Budapest, 1956.
4. J. Orear: Modern fizika. Műszaki Könyvkiadó. Budapest, 1966.