„LÉGPÁRNÁS SÍN" ALKALMAZÁSÁRÓL A MECHANIKA OKTATÁSÁBAN

KOVÁCH LÁSZLÓNÉ

A kísérleti fizika kiindulási alapja – amint ezt „neve" is mutatja – a kísérletezés. Szükség van a tanítási órákon a demonstrációs kísérletekre, laboratóriumi gyakorlatokon az önálló tanulói mérésekre, valamint kísérlettel kombinált feladatok kitűzésére. Dolgozatomban arra szeretnék rámutatni, hogy egyetlen kísérleti eszköz, – jelen esetben a légpárnás sín – hogyan alkalmazható az adott célnak megfelelően.

Igen jól használható ez az eszköz tanítási órán a rugalmas ütközések és a harmonikus rezgőmozgás bemutatására, laboratóriumi gyakorlatokon a dinamika alapegyenletének igazolására, és a tehetetlen tömeg mérésére, feladatmegoldó órákon – többek között – a mozgásmennyiség megmaradásáról, a rugalmas ütközésről és a harmonikus rezgőmozgásról szerzett ismeretek elmélyítésére.

A dinamika azt vizsgálja, hogy egy test mozgásállapot-változásában mi a szerepe a vele kölcsönhatásban levő többi testnek, ill. hogy magának a mozgó testnek van-e olyan tulajdonsága, amely a mozgás szempontjából lényeges. Newton I. axiómája a test változó mozgását más testek hatásának tulajdonítja. Tehát, ha egy testet sikerülne mindenféle kölcsönhatástól függetleníteni, a test „magától" sebességén (vagy a $v = 0$ esetben nyugalmi állapotán) változtatni nem tudna. (Inerciarendszer szerepe!) A II. axióma összefoglalja, hogyan befolyásolja egy test sebességváltozását maga a test és, hogyan a többi testekkel létrejött kölcsönhatás. Azonos kölcsönhatás – erőhatás – esetén a sebességváltozás függ a testtől. A testek különböző mértékben „ellenállnak" a sebességük megváltoztatására irányuló hatásnak. Ennek az „ellenállásnak", vagy tehetetlenségnek mértéke a testre jellemző mennyiség, és tömegnek nevezzük. A kölcsönhatás neve az erőhatás. Azonos tömegű testek esetében a sebességváltozás – gyorsulás – az erőhatás mértékétől, az erőtől függ. Ezt a megállapítást fejezi ki mennyiségileg Newton II. axiómája.

$$\mathbf{F} = m \cdot \mathbf{a}$$

Az erőhatások függetlenségének elve és a II. axióma együttesen adja a dinamika alapegyenletét.

$$m \cdot \mathbf{a} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{F}_i.$$

Laboratóriumi gyakorlaton önálló tanulói mérésként – mint említettem – a légpárnás sínt a dinamika alapegyenletének kísérleti igazolására, ill.

a tehetetlen tömeg mérésére használhatjuk. A mérés elve a következő: A bevízszintezett légpárnás sínen levő kiskocsit a sín végére rögzített csigán átvetett fonal segítségével hozhatjuk mozgásba. A fonal végére akasszunk különböző súlyú testeket. Ha a kocsi tömege m, a fonal végére akasztott test tömege m_1, a mozgásegyenletek, mint ismeretes:

$$
\begin{aligned}
-/ m \cdot a &= F \\
+/ m_1 \cdot a &= m_1 \cdot g - F,
\end{aligned}
$$

ahol F és − F a fonal által kocsira, ill. a testre ható erő, a rendszer gyorsulása.
Így:

$$(m+m_1)a = m_1 \cdot g$$

tehát

$$a = \frac{m_1}{m+m_1} \cdot g.$$

Ha a fonálra akasztott test tömegét kétszeresére, ill. háromszorosára változtatjuk és közben a rendszer össztömege változatlan marad, a rendszer gyorsulása is kétszeres, ill. háromszoros lesz.
Ezért úgy járunk el, hogy a kocsi tömegét 2 m_1 nagyságú tömeggel növeljük, miközben az első mérésnél a fonalra m_1 tömegű testet akasztunk. Egy s útszakaszt a kocsi a_1 gyorsulással t_1 idő alatt tesz meg. Helyezzük a kocsira az m_1 tömegű, a fonál végére a 2 m_1 tömegű testeket. Azonos s útszakasz megtételéhez szükséges időt most t_2-nek mérjük. A harmadik esetben a kocsi üresen mozog, a fonál másik végén 3 m_1 tömegű test van. A mért idő t_3. Így a három esetben a mozgásegyenlet:

$$(m+3m_1)\cdot a_1 = m_1 g \qquad a_1 = \frac{m_1}{m+3m_1}\cdot g \ (1)$$

$$(m+3m_1)\cdot a_2 = 2m_1 g \qquad a_2 = \frac{2m_1}{m+3m_1}\cdot g \ (2)$$

$$(m+3m_1)\cdot a_3 = 3m_1 g \qquad a_3 = \frac{3m_1}{m+3m_1}\cdot g.(3)$$

Ha mindhárom esetben azonos s útszakaszt választunk, ennek megtételéhez szükséges idők t_1, t_2, ill. t_3, akkor, mint tudjuk,

$$a_1 = \frac{2s}{t_1^2}, \qquad a_2 = \frac{2s}{t_2^2}, \qquad a_3 = \frac{2s}{t_3^2}.$$

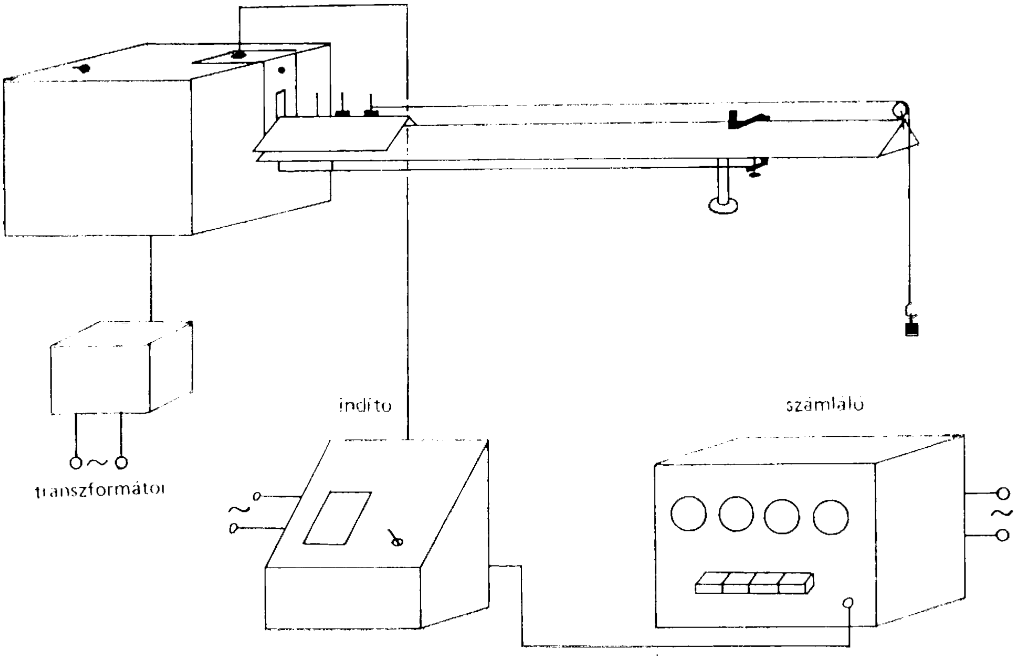
Mivel 1, 2, 3-ból következik, hogy:

$$a_1 : a_2 : a_3 = 1 : 2 : 3.$$

Így a mért időeredményekre a következő összefüggés kell, hogy teljesüljön:

$$\frac{1}{t_1^2} : \frac{1}{t_2^2} : \frac{1}{t_3^2} = 1 : 2 : 3.$$

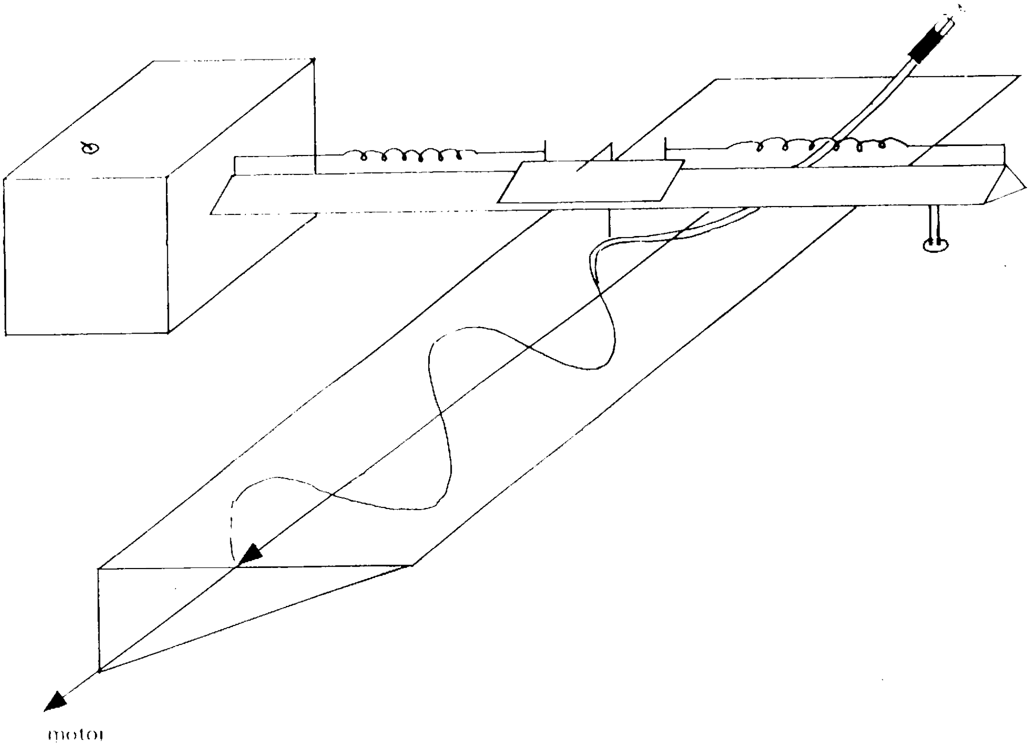
Hogy az igazolandó arányt minél pontosabban megkaphassuk, az idő mérését kellett pontosabbá tenni. Ezért a légpárnás sínt egy indító és egy számláló egységgel egészítettük ki.



1. ábra

A kocsit a sín elején alkalmazott elektromágnes tartja. Az indító nyomógombjának benyomásával nyitjuk az elektromágnes áramkörét, így a kocsi mozgásba jön, egyidejűleg zártuk az elektromos számláló áramkörét, így az megkezdi az ezredmásodpercek számlálását. Az „s" útszakasz végére helyezett ütközőhöz érve a kocsi átkapcsolja a relét, ismét záródik az elektromágnes áramköre, és nyitódik az elektromos számlálóé. Így az időmérésnél a reflexhibát kiküszöböltük, s igen nagy pontossággal igazolja a mérések eredménye az elméleti megállapításokat. Ha az s útszakaszt megmérjük, a gyorsulás kiszámítható. Az $\frac{F}{a}$ hányadossal a rendszer össztömegét határozhatjuk meg, dinamikai módszerrel.

A demonstrációs kísérletek közül a harmonikus rezgőmozgás bemutatását említeném. Látványosan, gyorsan kiírható a harmonikus rezgőmozgást végző kocsi segítségével a mozgás út-idő grafikonja. Rögzítsük két rugóval a kocsit a légpárnás sín egy-egy végpontjához. A kocsira szerelt injekciós tűt függőleges helyzetben rögzítsük a kocsira és hosszú szelepgumi közbeiktatával csatlakoztassuk a fecskendőhöz.



2. ábra

Ha a kocsi nyugalomban van, a fecskendőből kinyomott színes víz a kocsi alatt egyenletesen elhúzott papírcsíkra egy egyenest rajzol. Ez lesz a grafikon idő-tengelye. Ha a kocsi harmonikus rezgőmozgást végez és a papírcsík van nyugalomban, a papíron a jel az előbbi egyenesre merőleges szakasz lesz. Ez lesz a kitérés tengelye. Ha a kocsit és a papírcsíkot egyidőben harmonikus rezgőmozgásba, ill. egyenesvonalú egyenletes mozgásba hozzuk, a papírcsíkon kirajzolódik a szinuszgörbe, a harmonikus rezgőmozgás ismert út-idő grafikonja.

Ha a kocsik végére közben meghajlított acéllemezt szerelünk, a rugalmas ütközés bemutatására és a különböző speciális eseteinek elemzésére is alkalmas kísérleti eszközt nyerünk. A mozgásmennyiség megmaradásának kísérleti igazolására is számos lehetőség kínálkozik.

Mozgásmennyiség

Az m tömegű v sebességű tömegpont impulzusa:

$$I = mv.$$

Tudjuk: $\frac{d\mathbf{I}}{dt} = \mathbf{F}$, ahol $\mathbf{F}$ a tömegpontra ható erők vektori eredője.

Tömegpontrendszer összimpulzusa:

$$\mathbf{I} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{I}_i.$$

Az i-edik tömegpont impulzusának változása:

$$\frac{d}{dt}\mathbf{I}_i = \mathbf{F}_i + \sum_{k=1}^{n} \mathbf{F}_{ik},$$

ahol $\mathbf{F}_i$, az i-edik tömegpontra ható külső, $\sum_{k=1}^{n} \mathbf{F}_{ik}$ a belső erők vektori eredője.

Így

$$\frac{d}{dt}\sum_{i=1}^{n} \mathbf{I}_i = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{F}_i + \sum_{i=1}^{n}\sum_{r=1}^{n} \mathbf{F}_{ik},$$

de

$$\mathbf{F}_{ik} = -\mathbf{F}_{ki} \Rightarrow \sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} \mathbf{F}_{ik} = 0.$$

Tehát:

$$\frac{d\mathbf{I}}{dt} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{F}_1.$$

Ez az impulzustétel tömegpontrendszerre.

Ha $\mathbf{F} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{F}_i = 0 \Rightarrow \frac{d\mathbf{I}}{dt} = 0 \Rightarrow \mathbf{I} = \text{const}$

$$\mathbf{I} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{I}_i = \sum_{i=1}^{n} m_i \mathbf{v}_i = \text{const}.$$

Tehát megkaptuk az impulzus-megmaradásának tételét: ha egy rendszerre külső erő nem hat, vagy a ható külső erők eredője zérus, a rendszer összimpulzusa állandó.

Mivel

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{I}}{dt} = \frac{d}{dt}\sum_{i=1}^{n} m_i \mathbf{v}_i = \frac{d^2}{dt^2}\sum_{i=1}^{n} m_i \mathbf{r}_i =$$

$$= \sum_{i=1}^{n} m_i \frac{d^2}{dt^2} \frac{m_i \mathbf{r}_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}$$

vezessük be, mint egy pont helyvektorát

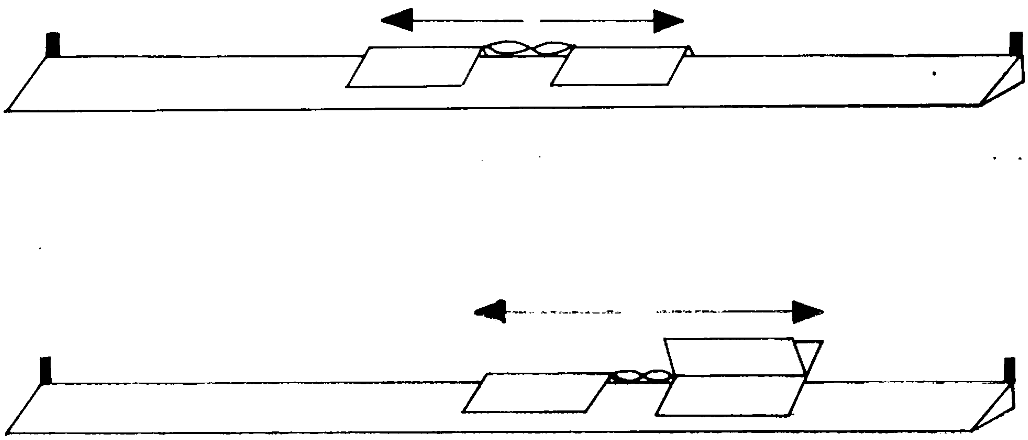
$$\mathbf{r}_s = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \mathbf{r}_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}$$

vektort, s mivel $\sum_{i=1}^{n} m_i$ éppen a rendszer össztömege, így:

$$\mathbf{F} = m\frac{d^2}{dt^2}\frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \mathbf{r}_i}{m} = m\frac{d^2\mathbf{r}_s}{dt^2}$$

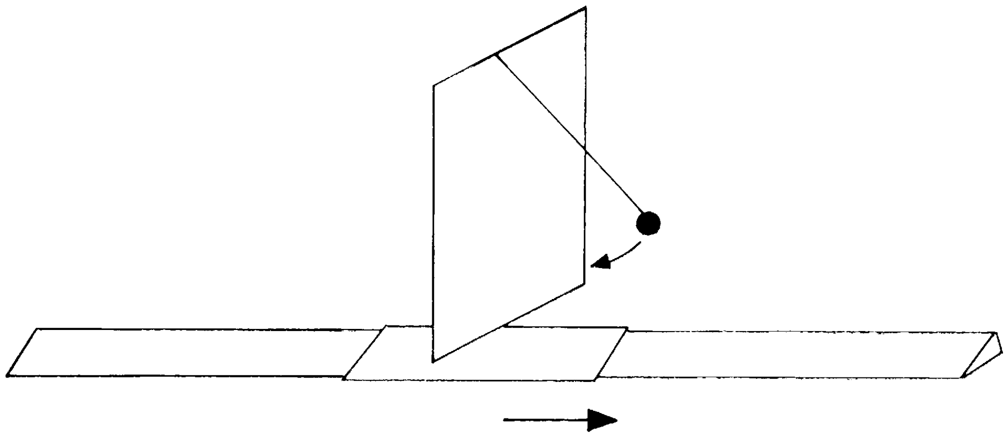
$\mathbf{r}_s$-el meghatározott pont a tömegközéppont. Eredményünk tartalma tehát: a rendszer tömegközéppontja úgy mozog, mintha a rendszer össztömege ebben a pontban lenne egyesítve, s rá az összes erők eredője hatna.

Jól megfigyelhető az impulzusmegmaradás a következő összeállításnál:



3. ábra

Az azonos tömegű kocsikat a rájuk rászerelt rugók segítségével középről indítjuk, az ütközőket azonos időpillanatban érik el. Ha két kocsit összecsavarozunk, s a kocsikat a sín hosszának harmad részéről indítjuk úgy, hogy a kétszeres tömegű test az út harmadrészét, az egyszeres a kétharmad részét tegye meg, így az ütközőkhöz ismét egyszerre érkeznek.



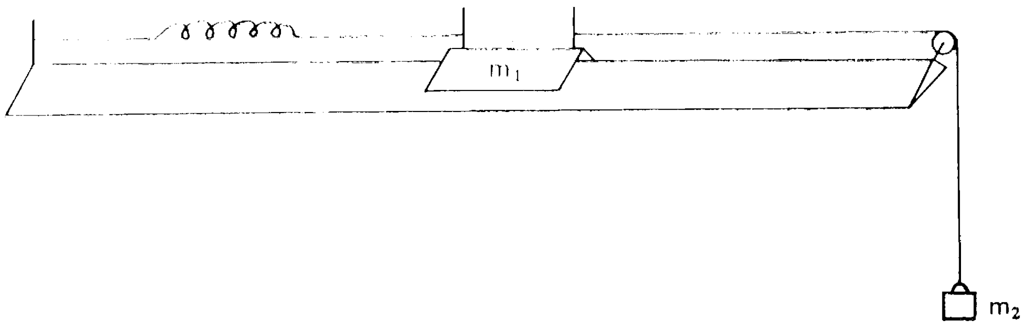
4. ábra

Szereljünk keret segítségével egy ingát a kocsira. Az ingát kitérített helyzetben engedjük el. A kocsi mindig ellentétes irányú sebességgel mozog, mint az inga, a rendszer tömegközéppontja nyugalomban marad.

Kísérleti feladat

Versenyeken a tanulók igen gyakran találkoznak ún. kísérleti feladatokkal. Szakkörökre válogathatunk középiskolai feladattárakból, esetleg magunk is kitalálhatunk olyan feladatokat, amelyeket a légpárnás sínen történő méréssel, kísérletezéssel kapcsolhatunk össze. A feladatok végeredményeinek kiszámításánál a tanulók által mért részeredményeket használhatjuk fel.

Egy egyszerű kísérleti feladat, harmonikus rezgőmozgással kapcsolatban:



5. ábra

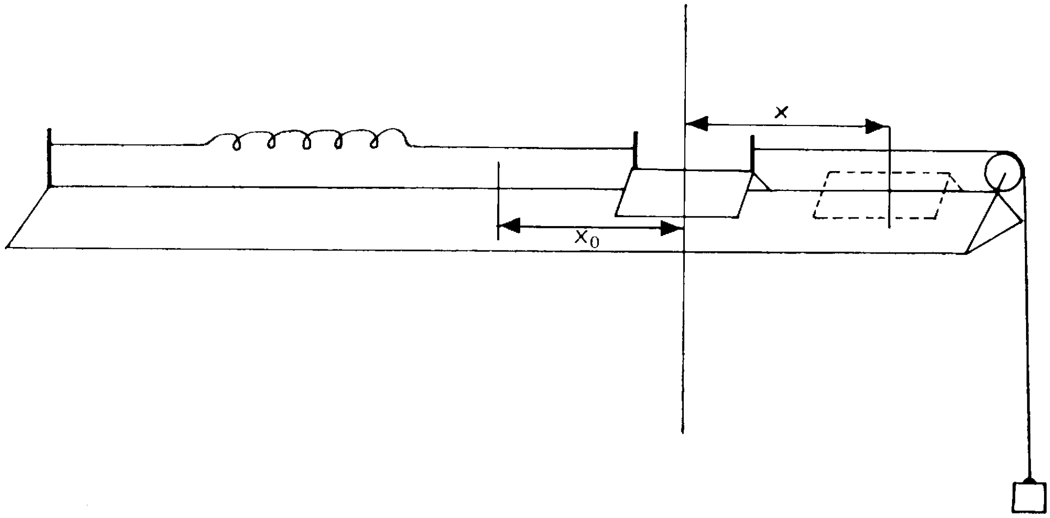
A sínre helyezett m_1 tömegű kocsit egyik végén rögzített rugóhoz kötjük. A kocsi másik végéhez csigán átvetett fonalat kötünk, s annak végére m_2 tömegű testet függesztünk. A kocsit a rugó nyújtatlan állapotában megrögzítjük, majd hirtelen elengedjük. Kísérlettel vizsgáljuk meg a kocsi mozgását, írjuk le a kitérést az idő függvényében, s számítsuk ki az amplitúdót, ha mérleg és akasztós súlysorozat áll rendelkezésünkre. (A rugó és a fonál tömegétől, súrlódásától és közegellenállástól eltekintünk.)

Megoldás:

A kocsira és a hozzákötött m_2 tömegű testre ható erők a kocsi kezdeti helyzetétől

$$x_0 = \frac{m_2 g}{D}$$

távolságban tartanak egyensúlyt. Helyezzük az x tengely origóját az x_0 pontba. Ha a kocsi az origóból x-el elmozdul, a kocsira



6. ábra

$$F(x) = -D(x_0 + x) + mg$$
$$F(x) = -Dx,$$

tehát a kitéréssel arányos visszatérítő erő hat. A rendszer tehát harmonikus rezgőmozgást végez.

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{m_1 + m_2}}$$
$$x = A \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

hol A az x_0-tól mért legnagyobb kitérés, amennyire a kezdőhelyzetben hirtelen elengedett kocsi elmozdul. Mivel

$$m_2gl = \frac{1}{2} Dl^2$$

$$l = \frac{2m_2g}{D} = 2x_0$$

Így az amplitúdó

$$A = x_0 = \frac{m_2g}{D}$$

amit m_2 és D méréséből számítani tudunk.
A mozgást tehát

$$x = -\frac{m_2g}{D} \sin \sqrt{\frac{D}{m_1+m_2}} \cdot t$$

összefüggéssel írhatjuk le.

Természetesen nem tértem ki mindenre, csak a lehetőségeket említettem, a légpárnás sín felhasználásával kapcsolatban. Mivel az elkészítése nem túl bonyolult, kihasználhatósága igen sokrétű, úgy gondolom, megéri a fáradságot!

„A légpárnás sín" alkalmazásáról a mechanika oktatásában

A cikk felsőfokú szakmódszertani kérdésekkel foglalkozik. Témája egy kísérleti eszköz, – nevezetesen a légpárnás sín – felhasználásával foglalkozik, a mechanika oktatásában. Demonstrációs kísérleteket mutat pl. a harmonikus rezgőmozgás, impulzusmegmaradás, rugalmas ütközés témaköreiből, bemutatja a berendezést, mint laboratóriumi mérőeszközt, s végül példát hoz arra, hogyan használható az eszköz ún. kísérleti feladatok konstruálásánál, ill. megoldásánál.

IRODALOMJEGYZÉK

1. Dede M. – Demény András: Kísérleti fizika I. kötet Tankönyvkiadó, Bp., 1979.
2. Budó Á.: Mechanika Tankönyvkiadó, Bp., 1975.
3. Kovács I. – Párkányi L.: Fizikai példatár Tankönyvkiadó, Bp., 1974.
4. Dr. Patkó György: Fizikai praktikum Tankönyvkiadó, Bp., 1981.

SUMMARY

In this article the author writes about the methodological employment of the air – cushion rali when teaching mechanics in the higher education. There are demonstrated experiments from the topics of harmonic vibrations, the conservation of momentum, and elastic collisions. The author demonstrates the apparatus as an appliance to measurements, and at the end gives examples for using this apparatus to the construction of experimental tasks and at the solving of them.