STATISZTIKUS MATEMATIKAI MÓDSZER NÖVÉNYTÁRSULÁSOK ELHATÁROLÁSA

DR. PÓCS TAMÁS

Valamely növénytársulás leírása, egyiknek a másiktól való megkülönböztetése, kérdéses felvételi anyagok hovatartozásának eldöntése mindaddig nem lehet objektív, ameddig nem helyezkednek a különböző asszociációk leírói valamilyen közös, konkrét alapra. Az eddig leírt számos asszociáció egy része nyilván meg is felel a felállítandó kritériumoknak, másik részét egy-egy revízió alkalmával el kell vetni, illetve össze kell vonni már korábban leírt társulásokkal. A növénytársulások rendszerezésében sajnos az eddigiek során nem igen kaptak helyet a matematikai módszerek, pedig az egyszerűbbeket már a század elején ismerték. E helyett, különösen a középeurópai iskolában sokkal nagyobb szerepet kapott a szubjektív ítélet, egyéni meglátás. Bár ebben is kellett szerepeljenek objektív momentumok, mégis helyet adott, lehetőséget nyújtott az asszociációk korlátlan leírásának, az e fölött folytatott meddő és fölsöleges vitáknak.

Az asszociációk, mint a természetben objektíve létező növénycsoportosulások, objektív módszerekkel vizsgálhatók és megkülönböztethetők egymástól. Az elhatárolásra használható matematikai módszerek az idők folyamán tökéletesedtek és ma eljutottunk odáig, hogy megbízható és jól kezelhető módszert adhatunk azok kezébe is, akik eddig visszariadtak matematikai módszerek alkalmazásától. A következőkben röviden történeti áttekintést kívánok nyújtani az eddig alkalmazott legfontosabb és legegyszerűbb módszerekről, nem annyira időbeli, mint logikai sorrendben, a teljesség igénye nélkül.

Jaccard vezette be a század elején az ún. „Gemeinschaftskoeffizient" fogalmát. Különböző területek flóráját összehasonlítva százalékban fejezte ki vele a flórák hasonlósági fokát. Már a huszas években, a modern cönológia kialakulásának idején megnyilvánultak olyan törekvések, hogy ezt, vagy ehhez hasonló módszert a növénytársulástanban is alkalmazzanak az egyes asszociációk hasonlósági fokának — és így önállóságuk jogosultságának — fokmérőjeként. Jaccard módszere Sörensen révén vált ismertté a növénytársulásban (Sörensen 1948). A használt képlet a következő:

$$K_s = \frac{2c}{a + b} \cdot 100$$

A koefficiens értékét százalékban kapjuk, ha c helyére a két társulásban előforduló közös fajok számát, a és b helyére a társulások teljes fajszámát helyettesítjük be. A képlet egyszerű és jól összehasonlítható eredményeket ad — addig, amíg azonos fajszámú társulásokat hasonlítunk össze. Azonban az a és b minél jobban különböznek, annál kevésbé használható az eredmény. Másik hiányossága, hogy nincs tekintettel a prezencián kívül semmire, nem veszi figyelembe a fajok gyakoriságát, állandóságát, vagy ritka előfordulását. A hiányosságok kiküszöbölésére többirányú kísérlet történt.

Már Czekanowski és Kulczynski (1927) figyelembe vette a konstanciaviszonyokat. Verwandschaftskoeffizient-je (V):

$$V = \left[\frac{c}{a} + \frac{c}{b}\right] \cdot \frac{100}{2}$$

A képletben c a közös fajok konstanciaértékeinek összegét jelenti az egyes társulásokban, a illetve b pedig az egyes társulások összes fajainak konstanciaérték összegeit. A számítás matematikai hibája, hogy az I-től V-ig terjedő konstanciaskála öt számjegye nem úgy aránylik egymáshoz, mint az általuk reprezentált előfordulási százalék értékeke (pl. a II. konstancia átlagosan a felvételek 30 százalékában való előfordulást, a IV konstancia 70 százalék előfordulást fejez ki!) Egyébként ez a számítás is csak azonos konstanciaösszegű társulások összehasonlítására alkalmas.

Gleason (1920) és Gates (1948) a konstanciaértékek helyett az általuk reprezentált százalékértékkel, vagyis a csoportrészesedés értékeivel számoltak, így reálisabb eredményt kaptak. Egyébként is őket kell tekintenünk a Jaccard féle képlet első alkalmazóinak a növénytársulástanban. Csak a prezenciaviszonyokra használt képletük megfelel a Sörensen által alkalmazott képletnek, kissé más felírásban:

$$K_p = \frac{Pc}{Pa + Pb + Pc} \cdot 100$$

A konstanciaviszonyokat is figyelembe vevő képletben ugyanezen értékek csoportrészesedés összegükkel szerepelnek:

$$K_m + \frac{Mc:2}{Ma + Mb + Mc:2}$$

A két módszernek (Czekanowski—Kulczynski, Gleason—Gates) közös hiányossága, hogy nincsenek tekintettel az abból adódó különbségre, hogy a közös fajok a két összehasonlítandó társulásban nem azonos konstanciával szerepelnek. Ezt kívánta kiküszöbölni Motyka (1951), majd Clausen (1957), azáltal, hogy a közös fajok közül mindig a kisebb dominancia ill. konstanciaértékűt vette figyelembe, hiszen két különböző mennyiségből a kisebb mennyiség kétszerese tekinthető csak közös momentumnak, a nagyobb fennmaradó része már a különbségeket növeli. (Pl. a két társulásban közösen előforduló faj az egyikben a felvételek 60 százalékában, a másikban a felvételek 15 százalékában fordul elő. Közös tulajdonság a mindkét társulásban meglévő 15 százalék, azaz összesen 30 százalék. A fennmaradó 45 százalék már a különbségekhez járul hozzá!) Motyka képlete még tükrözi a Czekanowski—Kulczynski módszer azon hiányosságát, hogy az I-től V-ig terjedő konstanciaértékekkel, vagy +-től 5-ig terjedő dominanciaértékekkel számol. Utóbbi esetben még durvább az értékek eltolódása, hiszen a dominanciaskála számjegyei még kevésbé fedik a dominanciaszázalékok arányát!

Motyka képlete az eddigiekhez hasonló felírásban:

$$K_d + \left[\frac{v}{a} + \frac{v}{b}\right] \cdot \frac{100}{2}$$

A képletben a v értéke úgy számítható, hogy a közös fajok dominancia értékei közül mindig azt a felvételt vesszük figyelembe, ahol kisebb értékkel fordul elő. Ezeket a kisebb értékeket összeadjuk! Az a és b az egyik ill. másik összehasonlitandó felvétel dominanciaértékeinek összege (5-ös skála alapján). Természetesen két asszociáció összehasonlítására a képlet ugyanígy alkalmazható a konstanciaviszonyok figyelembevételével. Clausen vizsgálatainál eleve 100—100 egységet hasonlított össze, így a skálából adódó hiba kiküszöbölődött és rögtön valódi százalékértékeket kapott a közös fajok kisebb értékeinek összegéből. Speciális vizsgálati módszere azonban általános vizsgálatokra, ahol mindig különböző mennyiségeket hasonlítunk össze, már nem válhatott alkalmassá, mivel a konstanciaösszegeket nem tudjuk 200-ra redukálni.

Különböző nagyságrendű anyagok összehasonlításánál szükség van annak kiszámítására, hogy a különböző arányú mennyiségpároknál mi az a határérték, amelynél nagyobb számú hasonló elem esetében nem beszélhetünk a két társulás közötti szignifikáns különbségről és statisztikusan hasonlónak kell őket tekintenünk. Looman és Campbell (1960) a Sörensen által használt képletre alkalmazta a chi^2 próbát és ezzel lehetőséget adott ennek a határértéknek a kiszámítására. Számításuknál azonban, mint erre Précsényi (1962) majd Ramsay (1964) rámutatott, hibásan alkalmazták a 2 szabadságfokot 1 helyett. A számítás végül is (a levezetés és elméleti igazolás mellőzésével) a következőképpen végezhető el:

Az elméleti határérték két különböző nagyságú minta összehasonlításánál, tehát a (Sörensen képlet alkamazása esetén) közös fajok ama elméleti száma, amelynél több a két társulás közötti hasonlóságot, kevesebb a szignifikáns különbséget jelenti:

$$D_e = \frac{D + a \cdot b}{a + b}$$

A képletben az a és b megfelel az eddigi használat szerint az egyik és másik minta összes fajszámának, a D pedig az alábbi formula szerint számítandó:

$$D = \sqrt{\frac{\chi^2 \cdot a^2 \cdot b^2}{a + b}}$$

A χ^2 értéke 1 szabadságfok mellett pl. 5 százalékos valószínűségi szinten $= 3{,}84$ (a megfelelő valószínűségi szint kiválasztására még visszatérek). Természetesen a C_e értéke könnyen kifejezhető koefficiens százalékban is:

$$K_e\,\% = \frac{2C_e \cdot 100}{a + b}$$

Simon (1965) a Sörensen által használt képletet ezzel a kontrollal használta és a Sörensen képlet azon hiányosságát, hogy csak prezencián alapul, úgy kívánta kiküszöbölni, hogy az összehasonlított növénytársulásoknak csak a konstans és karakterfajait vette alapul a számításnál. Ezzel azonban újabb hibaforrásnak nyitott lehetőséget, mivel a karakterfajokat és konstans fajokat *előre* nem lehet kiemelten figyelembevenni, mikor éppen a számítás dönti majd el, hogy hogy válnak szét a társulások és mely fajokból lehet *majd* karakterfaj és konstans faj. A karakterfajok külön kiemelt figyelembevétele azért is felesleges, mivel az esetben, ha az összes fajjal számolunk, jellegüknél fogva semmilyen társulással nem lesznek közösek és így a különbségeket ugyis fokozzák.

A legtökéletesebb és az összes korábbi hiányosságot kiküszöbölő formula az eddig ismertek közül mindenesetre Ramsay (1964) módszere. Tulajdonképpen a Sörensen által használt képlet továbbfejlesztése olyan irányban, hogy tekintettel van a gyakorisági, ill. állandósági és a dominanciaviszonyokra is, a közös fajoknál figyelembe veszi a két helyen való előfordulás különbségét is. Végül elvégezhető a számítás chi[2] próbája Looman és Campbell módszerével, így értékelhető a kapott koefficiens szignifikanciája. Ramsay képlete:

$$K_r = \frac{2\Sigma\ J^{min}}{DD_A + DD_B}$$

A kapott koefficiens (K_r) az eddigiekhez hasonlóan százalékban fejezi ki a két vizsgált minta hasonlóságát. A tört számlálójában a közös elemek értékei közül mindig a kisebbeknek a kétszeres összege, a nevezőben a két minta öszes értékeinek az összege foglal helyet. DD_A az A minta *százalékos* dominancia és denzitás (frequencia vagy konstancia) értékeinek öszegét, DD_B a B mintáét jelenti. (A számlálóban a közös elemek hasonló értékeinek összegét találjuk, a két minta közül mindig azt véve figyelembe, ahol ez az érték kisebb.) Ramsay a fenti módszerrel felvételi mintáit egymáshoz hasonlította és a kapott értékek alapján csoportosította az egymáshoz közelállókat. A nigériai szavannák esetében így három csoportosulás, Poore kifejezésével élve, három „nodum" állott elő, melyek egymástól most már összességükben is szignifikánsan különböztek. Így ez a három nodum minden bizonnyal három különböző asszociáció állományaiként fogható fel.

A magyarországi fenyvestársulások összehasonlító vizsgálata során egészen más alapról elindulva végül én is — Ramsaytól függetlenül — az általa felállított formulához jutottam el, mint egyetlen lehetséges precíz számítási módszerhez. Gondolatmenetemet ismertetni kívánom már csak azért is, mert a gondolatmenetet követve a számítás igen egyszerűen végezhető el (pl. két nagy szintetikus tabella anyagának összehasonlítása kellő gyakorlattal maximálisan egy órát vesz igénybe!).

Abból a munkahipotézisből indultam ki, hogy két, több felvételből álló, viszonylag homogén tartalmú cönológiai anyag akkor tekinthető egy asszociációhoz tartozónak, ha a két anyagban fellelhető közös elemek száma nagyobb, mint a megkülönböztető elemek száma. Ezzel szemben akkor tekinthető két különálló asszociációhoz tartozónak a két minta, ha a külön elemek száma felülmúlja a közös elemek számát. A két elemcsoport aránya eldönti egyszersmind a két vizsgált társulás rokonsági fokát. Az asszociációk elkülönítésénél a középeurópai iskola szempontjainak megfelelően a konstanciaviszonyok figyelembevételét tartottam döntőnek, míg a dominanciaviszonyokat itt nem vettem figyelembe, mivel azok már inkább az ökológiai különbségeken alapuló szubasszociációk jellemzői. Közös elemnek tekintettem a két anyagból a közösen előforduló fajok *százalékban* kifejezett konstanciaértékei közül a kisebb kétszeresét, a nagyobb érték maradékát pedig hozzáadtam a csak egyik, vagy csak másik anyagban előforduló fajok százalékban kifejezett konstanciaértékeihez, mely utóbbiak így a külön elemek csoportját alkották. A közös elemekből nyert mennyiséget elosztottam a külön elemekből nyert mennyiséggel. Képletben kifejezve:

$$K_x = \frac{\Sigma c}{\Sigma d}$$

ahol Σc a közös elemek, Σd a külön elemek öszege. A kapott mennyiség nem százalékérték, hanem egy szám, mely — a munkahipotézis szerint — ha egynél kisebb, különböző, ha egynél nagyobb, hasonló társulásokról van szó. Példa: A két elképzelt összehasonlítandó anyagban, — melyek mindegyike, tegyük föl, hogy 5 felvételből áll — a következő a fajok előfordulása:

	A anyag					B anyag					A konst. %-ok	B konst. %-ok	Közös elemszám	Külön elemszám
Festuca vaginata	2.3	2.4	2.4	2.3	1.2	2.2	3.4	2.4	2.4	3.3	100	100	200	—
Corynephorus	1.2	2.2	4.4	2.3	1.2	—	—	—	—	—	100	—	—	100

	Az anyag					B anyag					A konst. %-ok	B konst. %-ok	Közös elemszám	Külön elemszám
Jasione montana	2.1	1.1	2.1	+	—	—	—	+	—	—	80	20	40	60
Spergula pentandra	+	+	+	+	—	+	—	—	—	—	80	20	40	60
Fumana procumbens	—	—	—	1.1	—	+	2.2	3.2	1.1	—	20	80	40	60
Gypsophila arenaria	—	—	—	—	—	+	1.3	+	+	2.3	—	100	—	100
Teucrium chamaedrys	—	1.1	+	1.1	—	—	1.3	+	—	—	60	40	80	20
Anthericum ramosum	—	1.1	—	1.1	—	—	1.1	—	+	—	40	40	80	—
Festuca sulcata	±	+	+	—	—	—	—	+	+	—	60	40	80	20
								Összeg:			540	440	560	420

A fenti példánál a Festuca vaginata mindkét anyagban a felvételek 100 százalékában előfordul, itt a közös elem értéke 200, különbség nincs. A Corynephorus csak egyik, a Gypsophila csak másik anyagban fordul elő, 100—100 százalékban, mindkettő a külön elem értékét növeli. A többi fajnál már összetettebb a helyzet. Pl. a Spergula egyik anyag 80 százalékában, másik anyag 20 százalékában fordul elő. A faj esetében mindkét anyag közös jellemvonása az a 20+20 vagyis 40 százalék, amennyire mindkét anyagban egyformán fordul elő. Az A anyagban előforduló 80 százalékból csak a 20 százalék volt a közös jelleg a B anyaggal, a fennmaradó 60 százalék már a különbséghez írandó, hiszen az A anyagban ennyivel több van belőle, mint a B anyagban, ami mindenképpen megkülönböztető jellemvonás. Ugyanilyen elv alapján számítjuk a „közös" ill. „különböző" előfordulási értékeket a többi fajnál is. A „közös" és „különböző" értékeket összegezzük és a kettő aránya dönti el tulajdonképpen a két anyag hasonlósági fokát. Jelen esetben ezek hányadosa $\frac{560}{420} = 1{,}33$.

Nagyon egyszerűen belátható, hogy ez a formula, hogy alakítható át a Sörensen ill. Ramsay-féle formulává. A tört számlálója változatlan marad, mert az általam számított közös elemek értéke éppen a Ramsay-féle 2ΣJ min. érték. A nevezőbe viszont nem a különböző elemek értékének összege hanem a közös + különböző elemek értékének összege kerül, mivel ez egyenlő kell legyen pontosan a két anyag összes elemeinek az összegével és egyszerűbben nyerhető. A példában szereplő 540 + 440 valóban egyenlő a másképp származtatott 560 + 420-al. Az így felálított törtet még százzal be kell szorozni és előttünk áll a Sörensen képletből továbbfejlesztett Ramsay-féle képlet; vagyis a

$$K_x = \frac{\Sigma c}{\Sigma d} \quad \text{képlet}$$

adatait felhasználva számításunkat a következőképpen írhatjuk be Ramsay képletébe:

$$K_r = \frac{2\,\Sigma\, J^{min}}{D_A + D_B} \cdot 100 = \left| \frac{\Sigma c \cdot 100}{\Sigma c + \Sigma d} \right| = \frac{56000}{560 + 420} = 56{,}73$$

vagyis 56,73 százalék, mivel ez a koefficiens az eredményt a közös elemek számának az összes elemhez viszonyított százalékában adja. Mivel a hasonlóság arányát a százalékok jobban kifejezik, mint a tizedestört értékek, hasznosabb a százalékos koefficiens használata. A közös elemek számának arányos növekedése a százalékérték arányos növekedésével, a törtet kifejezett érték fokozottabb növekedésével jár:

100	százalék	10/0 = ∞
90	százalék	9/1 = 9,00
80	százalék	8/2 = 4,00
70	százalék	7/3 = 2,33
60	százalék	6/4 = 1,50
50	százalék	5/5 = 1,00
40	százalék	4/6 = 0,66
30	százalék	3/7 = 0,43
20	százalék	2/8 = 0,25
10	százalék	1/9 = 0,11

A c és d értékeke természetesen nyerhetők egy táblázat homogén anyagának konstanciaértékeiből, vagy egy-egy felvétel dominanciaértékeiből egyaránt. Az lenne a helyes módszer, ha minden egyes felvételt minden egyes felvételhez hasonlítanánk a felvételen belüli frequenciaértékek és dominanciaviszonyok alapján. Nagy anyag feldolgozásakor azonban meg kell elégedjünk azzal, hogy homogénnek látszó anyagokat használjunk fel az összehasonlításra. Ha az összehasonlítandó anyag homogenitását illetően kételyeink vannak, először szükséges az anyagot lehetőleg homogén részekre tagolni, pl. ökológiai szubasszociációk szerint és ezeket a részeket egymáshoz képest megvizsgálni, vajon egy asszociáció keretébe vonhatók-e. Ha nincs a részek között szignifikáns különbség, akkor az egészet összehasonlíthatjuk egy másik anyaggal. A munka további menete során meg kell vizsgálni az összes rokon asszociációval való kapcsolatot ill. a feldolgozásra kerülő társulástani egység összes tagját, egymáshoz képest milyen fokú hasonlóságot mutatnak. Ahol a hasonlóság, vagyis a közös elemek száma nem éri el a chi^2 próbával kapható határértéket, ott kell az asszociációhatárokat meghúzni.

A módszer használhatóságát alátámasztja az, hogy az általam feldolgozott mintegy 20 cönotaxonomiai egység egymással és a külföldi rokon társulásokkal való összehasonlítását sikerrel végeztem el a fenti módszerrel. Az e területen nyert eredményekkel a következő fejezet foglalkozik. E helyen csupán a módszerrel kapcsolatos praktikus fogásokat kívánom még ismertetni. Tehát a százalékban kifejezett Ramsay-féle hasonlósági koefficiens:

$$K_r = \frac{2 \Sigma J^{min}}{D_A + D_B} \cdot 100$$

vagy más módon felírva

$$K_r = \frac{\Sigma c \cdot 100}{\Sigma c + \Sigma d}$$

Szükségünk van a c és d értékekre. A számítás nagy anyag esetében egyszerűen a konstanciaérték alapján számítható, ami nagy előnyt jelent olyan esetben, ha csak szintétikus listák vannak birtokunkban (feltéve, ha az azokban összefoglalt anyag valóban elég homogén és csak egy asszociációhoz tartozó felvételeket tartalmaz). Az a lényeges, hogy mindig a konstanciaértékek által reprezentált százalék átlagértékekkel számoljunk! Ez I konstanciánál 10 százalék, II-nél 30 százalék, III-nál 50 százalék, IV-nél 70 százalék és V-nél 90 százalék. Ha használjuk a Matuszkiewicz (1962) által javasolt további finomítást, amire nagy anyagnál szükség is van és az 5 százalékig terjedő előfordulásokat r jellel, 6—10 százalékig + jellel jelöljük, akkor az r konstancia átlagosan 3 százalék, a + pedig 8 százalék előfordulást reprezentál. Ebben az esetben az I konstancia már nem foglalja magában, csak a 10—20 százalékban előforduló fajokat, így átlagban 15 százalékot képvisel, ennyivel kell figyelembe venni. Táblázatban megadható, hogy ha a mindkét anyagban előforduló faj a két tabellában különböző konstanciaértékekkel szerepel, (ami a leggyakoribb eset) a megfelelő százalékértékek alapján mennyi kerül a *c* és mennyi a *d* rovatba:
Nem kell mást tennünk, mint ezt a kis táblázatot kézben tartva végigmenni a két cönológiai tabellából egymás mellé írt konstancia-értékeken. A megfelelő értékpárokat a táblázatban a megfelelő metszéspontban kikeresni, ahol a felső szám mindig a „közös", az alsó a „külön" rovatba írandó értékeket mutatja. Pl. ha egy faj az egyik anyagban III, a másikban + konstanciaértékkel szerepel, a metszéspontban (2 helyen is) megtaláljuk a 16/42 számpárt. Ebből egy papíron a c számoszlopába a 16-ot, a d számoszlopába a 42-t beírjuk. Ha a faj pl. mindkét táblázatban IV konstanciaértékkel fordul elő, a c rovatba 140 kerül, a d rovatba nem írunk semmit. Ha csak egyikben fordul elő egy faj pl. II konstanciával, a d rovathoz írunk 30-at. A két számoszlopot összeadjuk és előttünk áll a képlethez szükséges c és d érték! Ezeket behelyettesítjük a

$$K_r = \frac{\Sigma c \cdot 100}{\Sigma c + \Sigma d}$$

képletbe és százalékban megkapjuk a hasonlósági koeficienst.

Ez után következne annak kontrollja, hogy mekkora Σc az az el-

c	V	IV	III	II	I	+	r	–	c/d
V	180 /	140 / 20	100 / 40	60 / 60	30 / 75	16 / 82	6 / 87	/ 90	V
IV	140 / 20	140 /	100 / 20	60 / 40	30 / 55	16 / 62	6 / 67	/ 70	IV
III	100 / 40	100 / 20	100 /	60 / 20	30 / 35	16 / 42	6 / 47	/ 50	III
II	60 / 60	60 / 40	60 / 20	60 /	30 / 15	16 / 22	6 / 27	/ 30	II
I	30 / 75	30 / 55	30 / 35	30 / 15	30 /	16 / 7	6 / 12	/ 15	I
+	16 / 82	16 / 62	16 / 42	16 / 22	16 / 7	16 /	6 / 5	/ 8	+
r	6 / 87	6 / 67	6 / 47	6 / 27	6 / 12	6 / 5	6 /	/ 3	r
–	/ 90	/ 70	/ 50	/ 30	/ 15	/ 8	/ 3		–
c/d	V	IV	III	II	I	+	r	–	d

méleti határérték, melynél nagyobb Σc nem jelent a két anyag között szignifikáns különbséget, ha pedig a Σc ennél kisebb, külön asszociációkhoz tartozó anyagokról van szó. (Természetesen szignifikáns különbség két vizsgált anyag között nem jelenti azt, hogy egy harmadik irányban nem lehet közelebbi kapcsolat, ezért minden várható irányba, mintegy tapogatódzva végig kell próbálni a lehetőségeket, ahol fölmerülhet az összetartozás esete. Pl. a vendvidéki erdeifenyveseknél először különböző szubasszociációk egymáshoz való viszonyát vizsgáltam. Mikor láttam, hogy a legszélsőségesebben különböző Calluna és Pyrola szubasszociáció anyaga között sincs szignifikáns különbség, akkor az egységes vendvidéki anyagot összehasonlítottam az Őrség erdeifenyveseivel, valamint a Nyugatszlovéniából leírt Myrtillo-Pinetum austroalpinum-mal. Kiderült, hogy igen szoros a kapcsolat az őrségi erdeifenyvesekkel és korábbi elgondolásommal ellentétben sokkal lazább a kapcsolat a szlovéniaiakkal, melyekkel nem is vonható egy asszociáció keretébe. De megvizsgáltam még a Lengyelországból, Németországból és Nyugat-Szlovákiából leírt, valamint a Kőszegi hegységből megismert erdeifenyvesekkel való kapcsolatot is. Így végül kirajzolódott az asszociáció földrajzi határa. Azonban még mindig hátra volt az elegyetlen állományok elegyes fenyvesekkel való összehasonlítása. E számítás eredménye helybenhagyta a lengyel-német síkságon önállóan létező Pino—Quercetumot az Myrtillo—Pinetum mellett. Hazai viszonylatban azonban azt mutatta, hogy elegyes állományaink az elegyetlen erdeifenyvesektől nem választhatók el asszociáció rangon! Ez a példa is mutatja a kérdés komplexitását és azt, hogy a jó módszer is csak akkor használható, ha körültekintően járunk el vele.)

A kontroll egyszerűen elvégezhető, négyzetreemelés és gyökvonás a benne szereplő legmagasabbrendű művelet. A 3 betűhely oldalon megadott képletben az a az egyik minta konstancia százalékainak, b a másik minta konstancia százalékainak összege, kis példánkban 540 és 440. Általában a munkahipotézisben lefektetett 1,00 vagyis 50 százaléknak megfelelő érték körül mozognak az így számított határértékek. Ügyeljünk arra, hogy a közös elemszám elméleti határértéke = 2Ce, mivel a Looman & Campbell számítás fajszámra vonatkozott, mely fajok *mindkét* anyagban előfordulnak. Annak érdekében, hogy átlageseteket figyelembevéve a chi^2 kontrollszámítást mellőzni lehessen, számítássorozatot végeztünk elektronikus számológépen annak kiderítésére, hogy milyen esetekben közelíti meg a számított határérték a 1,00 azaz 50 százalék értéket (amikor a c egyenlő a d-vel!, vagyis a közös elemek mennyisége a külön elemek mennyiségével). A 80 chi^2 próba eredményeit a 453 oldalon következő II. és III. sz. táblázat foglalja össze. Ezekből a következő törvényszerűségek szűrhetők le:

1. A chi^2 próba valószínűségi szintjének megválasztása a vizsgálat igényétől függ. Minél kisebb megbízhatósági szintet választunk a két vizsgált anyag hasonlóságának szignifikanciája szempontjából, annál inkább nő a szignifikáns különbség esélye. Éppen ezért nem praktikus a 0,1 százalékos, vagy az 1 százalékos valószínűségi szint, mert így lecsökkennek a társulások elkülönítésével szemben támasztott kritériumaink. Az 5 százalékos valószínűségi szinten viszont (ahol a χ^2 értéke 1 szabadságfok esetében 3,84!) olyan szempontból is jó számolni, mivel a grafikon tanulsága szerint ezen a szinten közelíti meg legjobban a számított elméleti érték a c = d-nek megfelelő mennyiséget, és így ezen a szinten kerülhető el legtöbb esetben a chi^2 kontrollszámítás.

2. Ha az egyik összehasonlítandó elemcsoport mennyisége (a) a másikat (b) legfeljebb kétszer múlja felül, (ha tehát a<2b) 5 százalékos valószínűségi szinten a határértékek 45 és 55 százalék között mozognak. Ha a számított érték nem esik bele ebbe a tartományba, ebben az esetben eltekinthetünk a chi^2 próba elvégzésétől és 45 százalék alatt szignifikáns különbségről, 55 százalék felett a két anyag szignifikáns

* E helyen szeretném köszönetemet kifejezni bátyámnak, Pócs Lajosnak, ki az elektronikus számológépen a számításokat elvégezte és Précsényi Istvánnak, ki egyéb matematikai problémákban volt segítségemre.

hasonlóságáról beszélhetünk kontrollvizsgálat nélkül is (ha az a és b értékek 500-nál nagyobbak).

3. Ha a számított érték ebbe a tartományba esik, vagy a két anyag között nagyobb a különbség, de egyik legfeljebb tízszerese a másiknak, el kell és el is lehet végezni a chi^2 próbát. (Ha tehát $2b < a < 10b$).

4. Ha az egyik mennyiség (a) a másikat (b) több, mint tízszer felülmúlja (tehát $a > 10b$), akkor az elméleti határérték nagyobb, mint a hasonló elemek egyáltalán lehetséges legnagyobb mennyisége (a kisebb elemcsoport kétszeres mennyisége). Ebben az esetben tehát az összehasonlítás lehetősége eleve ki van zárva és hasonlóságról matematikailag nem beszélhetünk.

Fentiekből az a tanulság, hogy lehetőleg hasonló nagyságrendű anyagokat hasonlítsunk össze egymással. A hasonlóság mértékének kifejezésére legalkalmasabb a Ramsay-féle formula a megfelelő egyszerűsítésekkel, mert ez a formula minden lényeges szempontot tükröz és a hibalehetőségek a legkisebbek. A fent megjelölt eseteket kivéve szükséges a kapott érték chi^2 próbával végzett kontrollja 5 százalékos valószínűségi szinten. Így egységesen értékelhető eredményt kapunk.

```
SETS IRK
SETV ABC (5) H (5) Q (5) Y
SETF SQRT
SETR 5
SET H (1:5) = 1.07, 2.71, 3.84, 6.62, 10.8
1) LINES 10
CYCLE I = 1:1:5
CI = SQRT HI
REPEAT I
TITLE
H
HINÉGYZET  = 1,07 MEGFELEL 30%-os MEGBÍZHATÓSÁGNAK
             2,71          10
             3,84          5
             6,62          1
            10,80          0,1
LINES 6
R = 0
CYCLE K = 1:1:51
R = 1+R
READ A
READ B
TITLE SORSZÁM
PRINT R,2
SPACES 6
TITLE A =
PRINT A,5:0
SPACES 4
TITLE B =
PRINT B,5:0
LINES 2
TITLE HINÉGYZET       CE
LINE
Y = A*B
Q = A+B
Y = Y/Q
Ql = SQRT
CYCLE I = 1:1:5
Q = CI/Q1
Q = 1+Q
Y = Y*Q
SPACES 1
PRINT HI,2:2
SPACES 3
PRINT Y,5:0
LINE
REPEAT I
LINES 2
TITLE        .. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . , , ,
LINES 6
REPEAT K
LINES 6
START 1
```

I. táblázat

Elektronikus számológép programozása a Sörenson-képlet Looman & Campbell féle chi^2 próbájának elvégzésére 1 szabadságfokon, 5 féle valószínűségi szinten. (Összeállította Pócs Lajos)

II. táblázat

Elméleti C_e határértékek b = 5000 esetén, ha a másik összehasonlítandó anyag nagysága 100-tól 10 000-ig változik, 1 szabadságfok, 5 féle valószínűségi szinten.

x^2 értéke / a értéke	30% 1,07	10% 2,71	1% 3,84	5% 6,62	0,1% 10,80	2Ce az 5% szinten	Tizedestörtben	Százalékban
	valószínűségi szinten							
100	99	(102)	*(105)*	(108)	(113)	210	(0,04)	(4,12%)
200	195	200	*(205)*	(212)	(222)	410	(0,08)	(7,88%)
300	287	294	*(301)*	(312)	(326)	602	(0,13)	(11,32%)
400	376	384	*394*	(408)	(426)	788	0,17	14,59%
500	461	471	*484*	500	(523)	968	0,21	17,60%
1000	844	862	*884*	914	952	1768	0,41	29,40%
1500	1169	1193	*1221*	1260	1312	2442	0,62	37,57%
2000	1446	1475	*1509*	1556	1617	3018	0,76	43,10%
2500	1687	1719	*1758*	1810	1878	3516	0,88	46,88%
3000	1897	1932	*1974*	2031	2105	3948	0,97	49,31%
3500	2082	2119	*2164*	2225	2304	4328	1,04	50,92%
4000	2246	2285	*2333*	2396	2479	4666	1,08	51,80%
4500	2394	2434	*2483*	2548	2634	4966	1,09	52,28%
5000	2526	2567	*2618*	2685	2773	5236	1,10	52,36%
10000	3361	3407	*3461*	3534	3629	6922	0,85	46,15%

A zárójellel jelölt számok jelzik azt a tartományt, ahol már egyáltalán nem lehet statisztikus hasonlóságokról beszélni.

III. táblázat

Annak bemutatására, hogy azonos, vagy nagyjából azonos a és b értékek esetén hogy alakul a Ce értéke számbelileg és százalékban kifejezve. ha az a és b értéke együtt növekszik.

		x^2 30%	10%	5%	1%	0,1%	x^2 30%	10%	5%	1%	0,1%
a	b	1,07	2,71	3,84	6,62	10,80	1,07	2,71	3,84	6,62	10,80
287	356	165	176	190	209	236	51,17%	54,74%	59,10%	65,01%	73,41%
1655	1636	838	862	891	931	984	50,93%	52,39%	54,15%	56,58%	59,80%
5000	5000	2526	2567	2618	2685	2773	50,52%	51,34%	52,36%	53,70%	55,46%
10000	10000	5037	5095	5166	5260	5382	50,37%	50,95%	51,66%	52,60%	53,82%

Tehát minél több abszolút számértékben az a és b, annél alacsonyabbak az elméleti határértékek, bár a csökkenés nem jelentős, csak a kezdeti szakaszban, az alacsony értékeknél, valamint az alacsony (1 százalék, 0,1 százalék) valószínűségi szinteknél.

IRODALOM

Clausen, J. J. (1957): A Phytosociological ordination on the conifer swamps in Wisconsin. — Ecology 38, 638—646.
De Vries, D. M. (1954): Constellation of frequent herbage plants, based on their correlation in occurrence. — Vegetatio 5—6. 105—111.
Ellenberg, H. (1956): Aufgaben und Methoden der Vegetationskunde. — In Walter, H.: Einführung in die Phytologie IV/1. — Stuttgart.
Falinski, J. B. (1958): Nomogramy i tablice współczynników podobieństwa między zdjęciamy fitosocjologicznymi wędlung wzoru Jaccarda i Steinhausena. — Acta Soc. Bot. Pol. 27, 115—130.
Goodall, D. W. (1953): Objective methods for the classification of vegetation I. The use of positive interspecific correlation. — Aust. J. Bot. 1. 39—63.
Greig—Smith, P. (1964): Quantitative plant ecology, 2nd ed. — London.
Iversen, J. (1954): Korrelation zwischen Pflanzen. — Vegetatio 5—6, 238—246.
Kershaw, K. A. (1964): Quantitative an dynamic ecology. — New York.
Kulczynski, S. (1927): Zespoly roślin w Pieninach (Die Pflanzenassoziatoinen der Pieninen.) . — Bull. Int. Acad. Pol. Sc. Lett. Sér. B, Suppl. 2. 57—203.
Looman, J. & Campbell, J. B. (1960): Adaption of Sörensen's K (1948) for estimating unit affinities in prairie grassland. — Ecology 41, 409—416.
Motyka, J. (1951): Nové Metódy v pol'skej geobotanike. — Bratislava.
Précsényi, I. (1962): Kvantitatív cönológiai vizsgálatok Festucetum vaginatae-ban (Quantitative zönologische Untersuchungen in Festucetum vaginatae) — Doktori értekezés (Dissertation).
Raabe, E. V. (1952): Über den „Affinitäteswert" in der Pflanzensoziologie. — Vegetatio 4, 53—68.
Ramsay, D. Mc. C. (1964): An analysis of Nigerian savanna II. An alternative method of analysis and its application to Gombe sandstone vegetation. — J. Ecol. 52, 457—466.
Ružička, M. (1953): K Motykovej (Czekanovského) metode v geobotanike (Zur Methode Motykas (Czekanovskys) in der Geobotanik) — Biológia 8, 17—25.
Simon, T. (1965): Die Seslerietum rigidae Assoziationen in Transsylvanien (Matematisch-statistische Beurteilung). — Acta Bot. Acad. Sc. Hung. 11. 221—234.
Sörensen, T. (1948): A method groups of establishing of equal amplitudo in plant sociology based on similarity of species content. — Kong. Dansk. Vidensk. Selskab. Biolog. Skr. 5, 1—34.